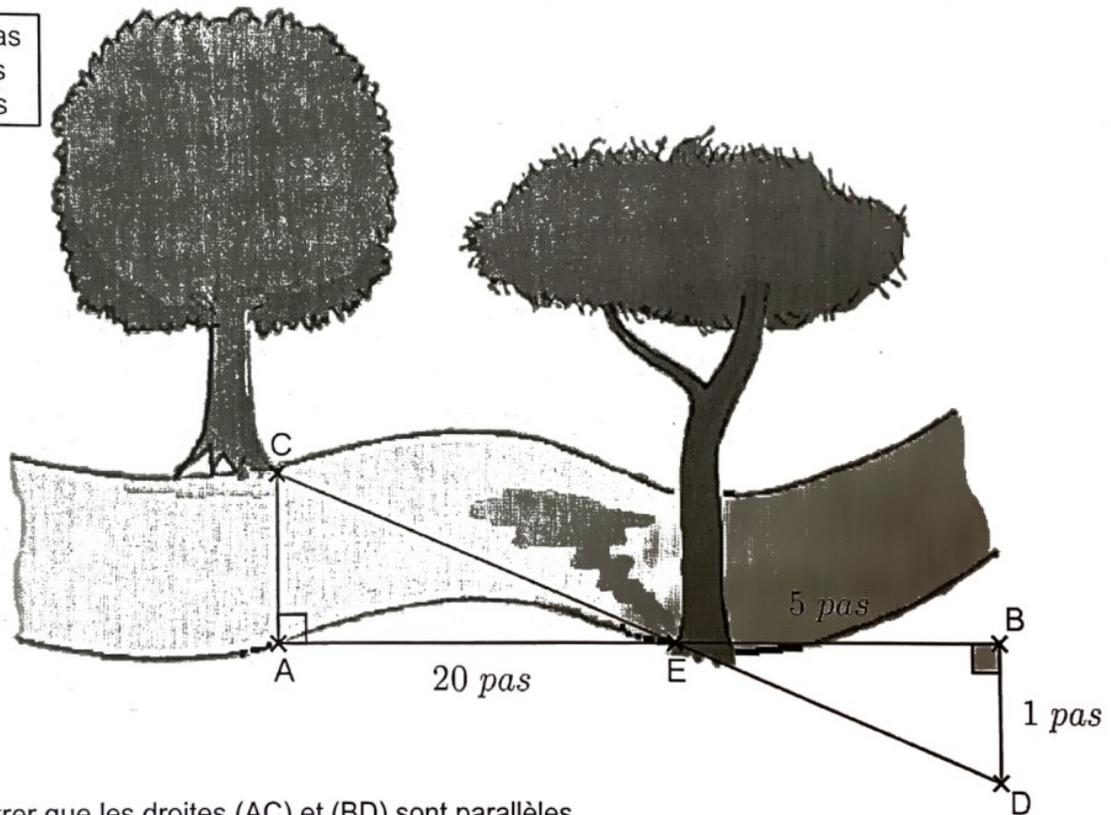


DNB 2022 – MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 [20 PTS]

AE = 20 pas
BE = 5 pas
BD = 1 pas



1. Démontrer que les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

Les droites (AC) et (BD) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la même droite (AB).

2. Les droites (AB) et (DC) sont sécantes en E et sont coupées par les parallèles (AC) et (BD) donc d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{EC}{ED} = \frac{EA}{EB} = \frac{AC}{BD} \quad \text{d'où} \quad \frac{EC}{ED} = \frac{20}{5} = \frac{AC}{1} \quad \text{et, en appliquant les produits en croix, on en déduit que}$$

$$AC = \frac{20 \times 1}{5} = 4 \text{ pas} .$$

3. ACE est un triangle rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$CE^2 = AC^2 + AE^2 = 4^2 + 20^2 = 16 + 400 = 416. \text{ D'où } CE = \sqrt{416} \approx 20,4 \text{ pas}$$

Comme 1 pas mesure 65 cm, $CE = 20,4 \times 65 \approx 1325 \text{ cm}$. Soit, 13,3 m en arrondissant au dm près.

4. a) Rappel : $v = \frac{d}{t}$ avec $d \approx 13,3 \text{ m}$ et $t = 5 \text{ s}$. Donc $v \approx 13,3 : 5 \approx \mathbf{2,66 \text{ m/s}}$.

b) $2,66 \times 3,6 = 9,576 < 10$ donc il est exact que la vitesse moyenne du ballon est inférieure à 10 km/h.

EXERCICE 2 [20 pts]

1. C'est une translation (**réponse A**).

2. L'antécédent de 2 par la fonction g est 1 (**réponse B**).

3. $f(3) = 3 \times 3^2 - 7 = 3 \times 9 - 7 = 27 - 7 = 20$. (**réponse B**).

4. Il y a 13 élèves donc la médiane est la performance du 7ème élève lorsque la série est ordonnée : la médiane est donc de 5,15 m (**réponse C**).

5. Il s'agit d'une homothétie de rapport $k = BU:LA = 6,3:2,1 = 3$. Or, lors d'un agrandissement, les aires sont multipliées par k^2 . Donc, pour obtenir l'aire du triangle BUT, il faut multiplier l'aire du triangle LAC par $3^2 = 9$ (**Réponse C**).

EXERCICE 3 [20 pts]

1. a) $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ (**Proposition 3**)

b) $156 = 2 \times 78 = 2 \times 2 \times 39 = 2 \times 2 \times 3 \times 13 = 2^2 \times 3 \times 13$.

2. a) $156 = 36 \times 3 + 12$. 156 n'est pas divisible par 12 donc la collectionneuse ne pourra pas faire 36 paquets.

b) $\text{PGCD}(252; 256) = 2^2 \times 3$ (ensemble des diviseurs premiers communs) = **12** donc la collectionneuse pourra faire au maximum 12 paquets identiques en utilisant toutes les cartes.

c) $252 = 12 \times 3 \times 7 = 12 \times 21$ et $156 = 12 \times 13$ donc chaque paquet contiendra 21 cartes « feu » et 12 cartes « terre ».

3. La collectionneuse possède un total de $252 + 156 = 408$ cartes. La probabilité de tirer au hasard une carte de type « terre » est donc de $\frac{156}{408} = \frac{12 \times 13}{12 \times 34} = \frac{13}{34}$

EXERCICE 4 [20 pts]

1. Aire du carré : x^2 .

2. Aire du rectangle = $L \times l = (x - 3)(x + 7) = x^2 + 7x - 3x - 21 = x^2 + 4x - 21$ en développant.

3.

ligne 5 : ajouter $4 \cdot x$ à R

ligne 6 : ajouter **-21** à R

ligne 7 : dire regrouper L'aire du rectangle est et **R** (*bloc variable*) pendant 2 secondes

4. ligne 4 : $8 \cdot 8 = 64$

ligne 5 : $64 + 4 \cdot 8 = 64 + 32 = 96$

ligne 6 : $96 - 21 = 75$

ligne 7 : L'aire du rectangle est **75**.

5. On résout l'équation $x^2 + 4x - 21 = x^2$.

$$x^2 + 4x - 21 - x^2 = x^2 - x^2$$

$$4x - 21 = 0$$

$$4x - 21 + 21 = 21$$

$$4x = 21$$

$$x = 21 : 4 = \mathbf{5,25}.$$

Les deux figures ont la même aire lorsque x vaut 5,25.

EXERCICE 5 [20 pts]

1. En une journée ; il s'écoule : $24 \times 3600 = 86\,400$ s donc en une journée, il tombe **86 400** gouttelettes.

2. $86\,400 \times 7 : 20 = 30\,240$ mL = **30, 24 L** d'eau par semaine.

3. Rappel : $\text{Volume}_{\text{cylindre}} = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$

$$\text{Volume}_{\text{cylindre}} = \pi \times (40 : 2)^2 \times 15 = \pi \times 400 \times 15 = 6000 \pi \text{ cm}^3 = 6 \pi \text{ dm}^3 \approx 18,85 \text{ dm}^3 \text{ ou } \mathbf{18,85 L}.$$

4. $30,24 > 18,85$ donc l'eau va déborder de la vasque.

5. $\frac{148}{165} \times 100 \approx 89,7\%$ La consommation de 2018 représente environ 90 % de la consommation d'eau de 2004. **Elle a donc baissé de 10 % environ.**