DNB 2021

CENTRES ETRANGERS – CORRIGE

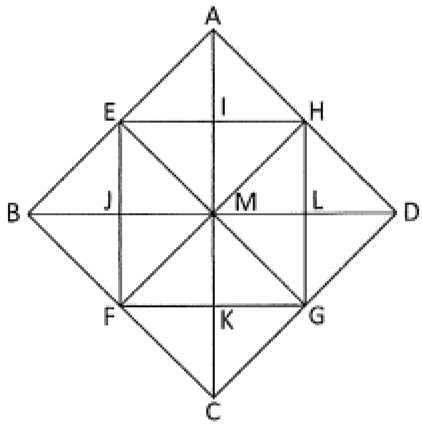
EXERCICE 1 :

Dans cet exercice, chaque question est indépendante. Aucune justification n'est demandée.

1) Décomposer 360 en produit de facteurs premiers.

$360 = 36 \times 10 = 6 \times 6 \times 2 \times 5 = 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5 = \boxed{\mathbf{2^3 \times 3^2 \times 5}}$

2) A partir du triangle BEJ, rectangle isocèle en J, on a obtenu par pavage la figure ci-contre.



a) *Quelle est l'image du triangle BEJ par la symétrie d'axe (BD) ?*

→ **triangle BFJ**.

b) Quelle est l'image du triangle AMH par la translation qui transforme le point E en B ?

→ **triangle EFM**

c) *Par quelle transformation passe-t-on du triangle AIH au triangle AMD ?*

→ **homothétie de centre A et de rapport 2**.

3) Calculer en détaillant les étapes :

$$\frac{7}{2} + \frac{15}{6} \times \frac{7}{25} = \frac{7}{2} + \frac{15 \times 7}{6 \times 25} = \frac{7}{2} + \frac{5 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{7}{2} + \frac{7}{10} = \frac{7 \times 5}{2 \times 5} + \frac{7}{10} = \frac{35 + 7}{10} = \frac{42}{10} = \frac{2 \times 21}{2 \times 5} = \boxed{\frac{\mathbf{21}}{\mathbf{5}}}$$

4) Pour cette question, on indiquera sur la copie l'unique bonne réponse. Sachant que le diamètre de la Lune est d'environ 3 474 km, la valeur qui approche le mieux son volume est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$12,3 \times 10^{17}$ km³	1 456 610 km³	$1,8 \times 10^{11}$ km³	$2,2 \times 10^{10}$ km³

$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times (3\,474 : 2)^3 \approx \boxed{\mathbf{2,2 \times 10^{10}\ km^3}}$. **Réponse D**.

5) On considère un triangle RST rectangle en S. Compléter le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie. On arrondira la valeur des angles à l'unité.

Longueurs	Angles	Périmètre du triangle RST	Aire du triangle RST
RS = 10 mm	$\widehat{RST} = 90°$	$\mathcal{P}$ = 10 + 24 + 26 = 60 mm	$\mathcal{A} = \frac{10 \times 24}{2}$ = 120 mm²
ST = 24 mm	$\widehat{STR} \approx$ **23°**		
RT = 26 mm	$\widehat{SRT} \approx$ **67°**		

P = RS + ST + RT = 10 + 24 + 26 = **60 mm**. Aire $= \frac{SR \times ST}{2} = \frac{10 \times 24}{2}$ = **120 mm²**.

$\widehat{STR} = \arccos\left(\frac{ST}{RT}\right) = \arccos\left(\frac{24}{26}\right) \approx$ **23°**. $\widehat{SRT} = 90 - \widehat{STR} \approx$ **67°**.

EXERCICE 2 :

Partie 1

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1) *Donner sans justification les issues possibles.* Les issues sont : $\boxed{\textbf{1, 2, 3, 4, 5, 6}}$.

2) *Quelle est la probabilité de l'événement A* : « On obtient 2 » ? $\boxed{\mathbf{P(A) = \frac{1}{6}}}$ (une seule face 2)

3) *Quelle est la probabilité de l'événement B* : « On obtient un nombre impair » ? $\boxed{\mathbf{P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}}}$

Partie 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle « score » la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

1) *Quelle est la probabilité de l'événement C : « le score est 13 » ? Comment appelle-t-on un tel événement* ?

$\boxed{\mathbf{P(C) = 0}}$ car il n'est pas possible d'obtenir la somme de 13. C'est un ***<u>événement impossible</u>***.

2) Dans le tableau à double entrée donné en ANNEXE, on remplit chaque case avec la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

a) Compléter, sans justifier, le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie.

Dé vert / Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

b) *Donner la liste des scores possibles*. Scores possibles : **2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 et 12**.

3) a) *Déterminer la probabilité de l'événement D* : « le score est 10 ».

$\mathbf{P(D) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}}$ (il y a 3 possibilités d'obtenir 10 sur un total de 36)

b) *Déterminer la probabilité de l'événement E* : « le score est un multiple de 4 ».

Les multiples de 4 sont 4, 8 et 12. P(E) = P(4) + P(8) + P(12) = $\frac{3}{36} + \frac{5}{36} + \frac{1}{36} = \mathbf{\frac{9}{36} = \frac{1}{4}}$.

c) *Démontrer que le score obtenu a autant de chance d'être un nombre premier qu'un nombre strictement plus grand que 7.*

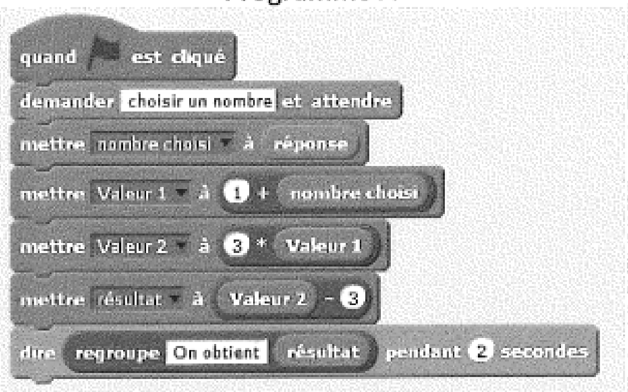
Notons P l'événement « le score un nombre premier » et S l'événement « le score est qu'un nombre strictement plus grand que 7 ».

$\begin{cases} P(P) = P(\text{« le score est 2, 3, 5, 7 ou 11}) = \mathbf{\frac{15}{36}}. \\ P(S) = P(\text{« le score est 8, 9, 10, 11 ou 12}) = \mathbf{\frac{15}{36}}. \end{cases}$ On a bien autant d'avoir un nombre premier qu'un nombre strictement plus grand que 7

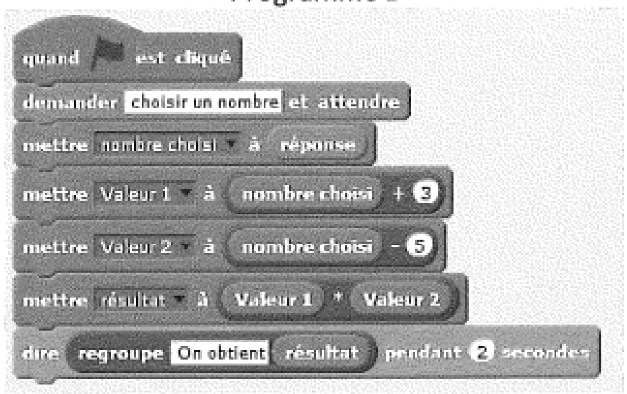
EXERCICE 3 :

Un professeur propose a ses élèves trois programmes de calculs, dont deux sont réalisés avec un logiciel de programmation.

Programme A



Programme B



Programme C

- Choisir un nombre
- Multiplier par 7
- Ajouter 3
- Soustraire le nombre de départ

1) a) *Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ alors le programme A affiche pendant 2 secondes* « On obtient 3 ».

* Nombre choisi : 1
* mettre valeur 1 à : 1 + 1 = 2
* mettre valeur 2 à 3 × 2 = 6
* mettre résultat à : 6 – 3 = 3.
* dire : On obtient 3 pendant 2 secondes.

b) *Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ alors le programme B affiche pendant 2 secondes* « On obtient –15 ».

* Nombre choisi : 2
* mettre Valeur 1 à : 2 + 3 = 5
* mettre Valeur 2 à : 2 – 5 = -3
* mettre résultat à : 5 × (-3) = -15
* dire : On obtient -15 pendant 2 secondes.

2) Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme C ?

$x \times 7 + 3 - x = \boxed{\mathbf{6x - 3}}$

3) *Un élève affirme qu'avec un des trois programmes, on obtient toujours le triple du nombre choisir. A-t-il raison* ?

Seul le programme A donne le triple du nombre choisi dans les exemples. Vérifions si c'est toujours le cas.

* Nombre choisi : x
* mettre valeur 1 à : $x + 1$
* mettre valeur 2 à $(x + 1) \times 3 = 3x + 3$
* mettre résultat à : $3x + 3 - 3 = \mathbf{3x}$. On obtient bien le triple du nombre de départ. L'élève a raison.

4) a) Résoudre l'équation $(x + 3)(x - 5) = 0$.

On reconnaît une équation produit nulle. Or, un produit est nul si et seulement au moins l'un de ses facteurs est nul. Donc : $x + 3 = 0$ ou $x - 5 = 0$
$x = -3$ $\quad$ $x = 5$

Les solutions de l'équation sont -3 et 5.

b) L'expression littérale associée au programme B est : $(x + 3)(x - 5)$. Le programme B affiche donc « On obtient 0 » lorsque le nombre choisi est -3 ou 5.

c) On résout $3x = 6x - 3$

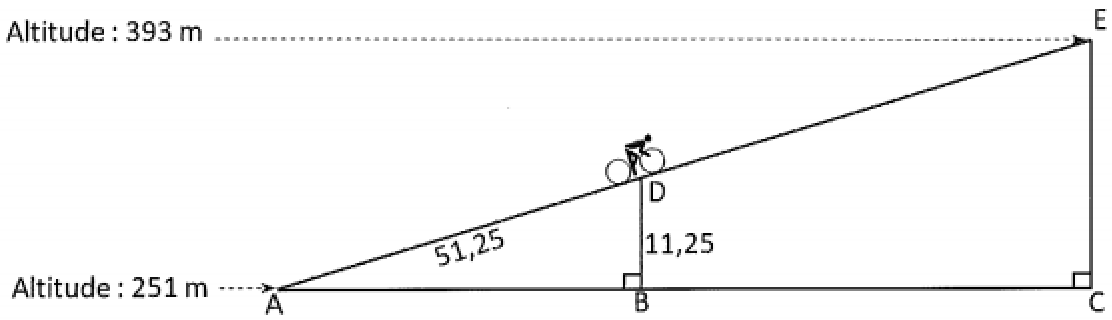
$3x - 6x = -3$

$-3x = -3$

$x = \frac{-3}{-3} = \boxed{1}$ La solution de l'équation est 1. Les programmes A et C affichent le même résultat lorsque le nombre de départ est 1.

EXERCICE 4 :

Aurélie fait du vélo en Angleterre au col de Hardknott.
Elle est partie d'une altitude de 251 mètres et arrivera au sommet à une altitude de 393 mètres.
Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point de départ est représenté par le point A et le sommet par le point E. Aurélie est actuellement au point D.



Les droites (AB) et (DB) sont perpendiculaires. Les droites (AC) et (CE) sont perpendiculaires. Les points A, D et E sont alignés. Les points A, B et C sont alignés.
AD = 51,25 m et DB = 11,25 m.

1) *Justifier que le dénivelé qu'Aurélie aura parcouru, c'est-à-dire la hauteur EC, est égal à 142 m*.

Le dénivelé est la différence entre les altitudes du point de départ et du point d'arrivée :
EC = 393 – 251 = 142.

2) a) *Prouver que les droites (DB) et (EC) sont parallèles*.

On sait que les droites (AB) et (DB) sont perpendiculaires, les droites (AC) et (CE) sont perpendiculaires et les points A, B et C sont alignés. Donc les droites (DB) et (CE) sont ***perpendiculaires à la même droite*** (AB).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc **les droites (DB) et (EC) sont parallèles**.

b) *Montrer que la distance qu'Aurélie doit encore parcourir, c'est-à-dire la longueur DE, est d'environ 596 m*.

Les triangles ADB et ACE sont en situation de Thalès car ils sont formés par deux droites sécantes en A, (DE) et (BC), coupées par deux droites parallèles, (BD) et (EC).

Donc, d'après lé théorème de Thalès, on a : $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} = \frac{DB}{EC}$

D'où : $\frac{51,25}{AE} = \frac{AB}{AC} = \frac{11,25}{142}$.

$\frac{51,25}{AE} = \frac{11,25}{142}$ donc en effectuant les produits en croix, on obtient : AE = $\frac{51,25 \times 142}{11,25} \approx 646,89$ m.

Comme les points A, D et E sont alignés, on en déduit : DE = AE – AD ≈ 646,89 – 51,25 ≈ **596 m**.

Il reste à Aurélie une distance d'environ 596 m à parcourir.

3) *On utilisera pour la longueur DE la valeur 596 m.*
Sachant qu'Aurélie roule à une vitesse moyenne de 8 km/h, si elle part à 9h55 du point D, à quelle heure arrivera-t-elle au point E ? Arrondir à la minute.

La vitesse moyenne d'Aurélie est v = 8 km/h. La distance à parcourir est d = 596 m = 0,596 km.

$t = \frac{d}{v} = \frac{0,596}{8} = 0,0745 \text{ h} = 0,0745 \times 60 \text{ min} = 4,47 \text{ min} = 4 \text{ min} + 0,47 \times 60 \text{ s} = 4 \text{ min } 28,2 \text{ s}$.

9h55 + 4 min = 9 h 59. Aurélie arriver au point E à **9 h 59**.

4) *La pente d'une route est obtenue par le calcul suivant :*

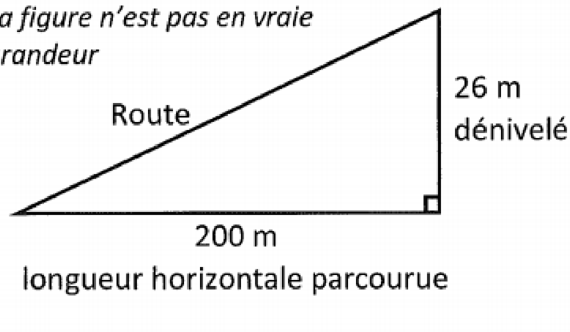
pente = $\frac{\textit{dénivelé}}{\textit{longueur horizontale parcourue}}$.

La pente s'exprime en pourcentage.

Démontrer que la pente de la route parcourue par Aurélie est de 22,5 %.

Exemple d'une pente à 13%

La figure n'est pas en vraie grandeur



ABD est un triangle rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on a : $AD^2 = AB^2 + BD^2$
$51,25^2 = 11,25^2 + BD^2$
$2\,626,5625 = 126,5625 + BD^2$
$BD^2 = 2\,626,5625 - 126,5625 = 2\,500$. D'où $BD = \sqrt{2\,500} =$ **50 m**.

Pente = $\frac{BD}{AB} = \frac{11,25}{50} = \frac{\mathbf{22,5}}{\mathbf{100}}$ donc la pente de la route est bien de 22,5 %.

(*Possibilité d'utiliser le triangle rectangle AEC*)

EXERCICE 5 :

Une station de ski propose à ses clients trois formules pour la saison hiver :

- Formule A : on paie 36,50 € par journée de ski.
- Formule B : on paie 90 € pour un abonnement « SkiPlus » pour la saison, puis 18,50 € par journée de ski.
- Formule C : on paie 448,50 € pour un abonnement « SkiTotal » qui permet ensuite un accès gratuit à la station pendant toute la saison.

1) *Marin se demande quelle formule choisir cet hiver. Il réalise un tableau pour calculer le montant à payer pour chacune des formules en fonction du nombre de journées de ski.*
Compléter, sans justifier, le tableau fourni en ANNEXE à rendre avec la copie.

Nombres de journées de ski	2	6	10
Formule A	73 €	219 €	365 €
Formule B	127 €	201 €	275 €
Formule C	448,50 €	448,50 €	448,50 €

2) *Dans cette question, x désigne le nombre de journées de ski.*
On considère les trois fonctions f, g et h définies par :

$$f(x) = 90 + 18,5x \qquad g(x) = 448,5 \qquad h(x) = 36,5x$$

a) *Laquelle des trois fonctions représente une situation de proportionnalité* ?

Il s'agit de la fonction ***h*** car c'est une fonction linéaire.

b) *Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions à la formule A, B ou C correspondante*.

$f(x) = 90 + 18,5x$: **formule B** $g(x) = 448,5$: **formule C** $h(x) = 36,5x$ **: formule A**

c) *Calculer le nombre de journées de ski pour lequel le montant à payer les formules A et B est identique*.

On résout l'équation $f(x) = h(x)$, soit $90 + 18,5x = 36,5x$

$90 + 18,5x - 18,5x = 36,5x - 18,5x$

$90 = 18x$

$90 : 18 = x$ $\boxed{x = 5}$. La solution de l'équation est le nombre 5. Cela signifie que ***5 journées de ski*** coûtent le même prix avec les formules A et B.

3) On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique page 7.
Sans justifier et à l'aide du graphique :

a) *Associer chaque représentation graphique (d_1), (d_2) et (d_3) la fonction f, g ou h correspondante*.

(d_1) est une droite horizontale donc elle représente une fonction ***constante*** : ***g***.

(d_2) est une droite passant par l'origine donc elle représente une fonction ***linéaire*** : ***h***.

(d_3) est un droite donc elle représente une fonction ***affine*** : ***f***.

b) *Déterminer le nombre maximum de journées pendant lesquelles Marin peut skier avec un budget de 320 €.*

Au maximum, Marin peut skier 12 journées avec un budget de 320 €.

c) *Déterminer à partir de combien de journées de ski il devient avantageux de choisir la formule C.*

La droite *(d_1)* est en-dessous des deux autres à partir de 19,5 journées environ. Il faut donc choisir la formule C à partir de **20 journées de ski**.