Collège J. Daguerre – 95240 Cormeilles-en-Parisis

Corrigé non officiel de l'épreuve de mathématiques du DNB 2106.

EXERCICE 1 : [4 points]

Toutes les issues sont déterminées et chaque composant a la même probabilité d'être tiré au sort.

1) P(« défectueux dans l'usine A») = $\dfrac{\text{nombre de composants défectueux}}{\text{nombre de composants de l'usine A}} = \dfrac{\mathbf{27}}{\mathbf{500}} = \dfrac{54}{1000} = \mathbf{5{,}4\ \%}$

   La probabilité qu'un composant de l'usine A soit défectueux est de 5,4 %.

2) P = $\dfrac{\text{nombre de composants défectueux de l'usine A}}{\text{nombre de composants défectueux}} = \dfrac{27}{27+38} = \dfrac{\mathbf{27}}{\mathbf{65}} \approx \mathbf{41{,}5\ \%}$

   La probabilité qu'un composant défectueux provienne de l'usine A est d'environ 41,5 %.

3) $\begin{cases} P_A = 27/500 = 5{,}4\ \% \\ PB = 38/500 = 7{,}6\ \% \end{cases}$ Le contrôle **n'est pas satisfaisant** car le pourcentage de composants défectueux est supérieur à 7 % dans l'usine B.

EXERCICE 2 : [3,5 points]

1) **Programme A**

   1) On choisit 2.

   2) On multiplie par -2 : 2×(2-) = -4

   3) On ajoute 13 : -4 + 13 = $\boxed{9}$

2) **Méthode 1** : On effectue le programme B « à l'envers »

   Programme B « à l'envers »

   3) On *divise* 9 par : 9 : 3 = 3.

   2) On *ajoute* 7 : 3 + 7 = 10

   1) On a choisi $\boxed{10}$ (vérif : (10 - 7)×3 = 9)

   Méthode 2 : On utilise l'expression littérale liée au programme B : $(x-7)\times 3$, et on résout $(x-7)\times 3 = 9 \Leftrightarrow x - 7 = 3 \Leftrightarrow x = 10$.

3) On résout l'équation :

   $-2x + 13 = (x-7)\times 3 \Leftrightarrow -2x + 13 = 3x - 21 \Leftrightarrow -2x + 13 + 21 = 3x - 21 + 21$

   $\Leftrightarrow -2x + 34 + 2x = 3x + 2x \Leftrightarrow 34 = 5x \Leftrightarrow x = 34 : 5 \Leftrightarrow \boxed{x = 6{,}8}$

   Vérification : $\begin{cases} 6{,}8 \times (-2) + 13 = -13{,}6 + 13 = -0{,}6 \\ (6{,}8 - 7)\times 3 = -0{,}2\times 3 = -0{,}6 \end{cases}$

   Les deux programmes de calcul donnent le même résultat lorsque l'on choisit 6,8.

EXERCICE 3 : [5 points]

Figure 1 : Le codage nous indique que J est le milieu de [AC] et que BC = CJ = AJ donc que AC = 2×BC = 12 cm.

Le triangle ABC est rectangle en B donc d'après le théorème de Pythagore, on a $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

D'où $12^2 = AB^2 + 6^2$ et $144 = AB^2 + 36$.

Ainsi, $AB^2 = 144 - 36 = 108$ et $AB = \sqrt{108} \approx$ **10,4**. [AB] mesure 10,4 cm, au millimètre près.

Figure 2 : Le triangle ABC est rectangle en A et l'hypoténuse [BC] mesure 36 cm, $\widehat{ACB} = 53°$. On cherche la mesure de [AB], côté opposé à $\widehat{ACB}$. On utilise donc la définition du sinus de $\widehat{ACB}$:

$\sin \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{BC}$ d'où $\sin 53 = \dfrac{AB}{36}$ et $AB = 36 \times \sin 53 \approx$ **28,8**. ⚠Bien mettre la calculatrice en mode degrés.

[AB] mesure 28,8 cm, au millimètre près.

Figure 3 : La longueur d'un cercle s'obtient par la formule diamètre AB × π,
donc $154 = AB \times \pi$ et $AB = 154 : \pi \approx$ **49**.
[AB] mesure 49 cm, au millimètre près.

EXERCICE 4 : [5 points]

1) Réduire de 30 % revient à multiplier par $1 - \dfrac{30}{100}$, c'est-à-dire 0,7.

   $54 \times 0{,}7 =$ **37,8**. Le nouveau prix de l'article est de 37,80 €.
2) a) Dans B2, on écrit la forumule : « **= B1*0,3** ».

   b) Dans B3, on peut écrire : « **= B1 – B2** » ou « **= B1*0,7** ».
3) Soit P le prix initial. $0{,}7P = 42$, donc $P = 42 : 0{,}7 =$ **60**. Le prix initial était de 60 €.

EXERCICE 5 : [5,5 points]

1) PAS est un triangle rectangle en A.

   $\text{Aire}_{PAS} = \dfrac{AP \times AS}{2} = \dfrac{30 \times 18}{2} = \dfrac{540}{2} = \boxed{270}$. La zone de jeux pour enfants a une superficie de 270 m².

   $270 = 140 \times 1 + 130$. Il faudra donc deux sacs de graines pour gazon.

   $2 \times 13{,}90 = 27{,}8$. La commune doit prévoir un budget de 27,80 € pour pouvoir semer du gazon sur la totalité de la zone de jeux pour enfants.
2) Le skatepark a la forme d'un trapèze dont l'aire est égale à (AS + RC)×AR : 2.

   Déterminons RC :

   Les droites (AS) et (RC) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la même droite.

   Les droites (AR) et (SC) son sécantes en P.

   D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{PS}{PC} = \dfrac{PA}{PR} = \dfrac{AS}{RC}$. D'où : $\dfrac{PS}{PC} = \boxed{\dfrac{30}{30 + 10} = \dfrac{18}{RC}}$.

   En effectuant les produits en croix, on obtient : $RC = \dfrac{40 \times 18}{30} =$ **24**.

   [RC] mesure 24 m.

   Aire du skatepark :

   $A = (AS + RC) \times AR : 2 = (18 + 24) \times 10 : 2 = 42 \times 5 = \boxed{210}$.

   L'aire du skatepark est de 210 m².

EXERCICE 6 : [7 points]

Partie 1 :

1) Le périmètre du carré est de 8 cm, or les quatre côtés d'un carré sont de même mesure, donc chaque côté mesure **2 cm** : 4 × 2 = 8.
   Le reste de la ficelle, soit 12 cm, correspond au périmètre du triangle équilatéral or les trois côtés d'un triangle équilatéral sont de même mesure, donc chaque côté mesure **4 cm** :
   3 × 4=12.

2) Aire carré = côté² = 2² = **4 cm²**.
3) On mesure la hauteur et on trouve environ 3,5 cm.
   Aire triangle ≈ $\frac{4\times3,5}{2}$ = **7 cm²**.

Partie 2 :

1) Soit x la longueur du « morceau n°1 ». $\boxed{\textbf{Aire du carré = (x : 4)}^2}$.
2) a) On obtient un triangle équilatéral d'aire 14 cm² lorsque la longueur du « morceau n°1 » est d'environ **3 cm**.
   b) On obtient deux polygones d'aires égales lorsque la longueur du « morceau n°1 » est d'environ **9,3 cm**.

EXERCICE 7 : [5 points]

- **Volume intérieur du pavé droit** : V_1 = L×L×h = (9 – 2×0,2)²×(21,7 – 1,7) = 1 479,2 cm^3.
- **Volume d'une bille** : $V_2 = \frac{4}{3}\times\pi\times(1,8:2)^3 = 0,972\pi$ cm^3.

  $V_T = 0,972\pi \times 150 = 145,8\pi$ cm^3.
  Les 150 billes occupent un volume total de 145,8π cm^3.
- **Volume d'eau** : $V_1 - V_T$ = 1 479,2 – 145,8π ≈ 1 021 cm^3 = 1,021 dm^3 = **1,021 L** > 1 L.
  Antoine peut ajouter un litre d'eau colorée car le volume restant est supérieur à 1 litre.