

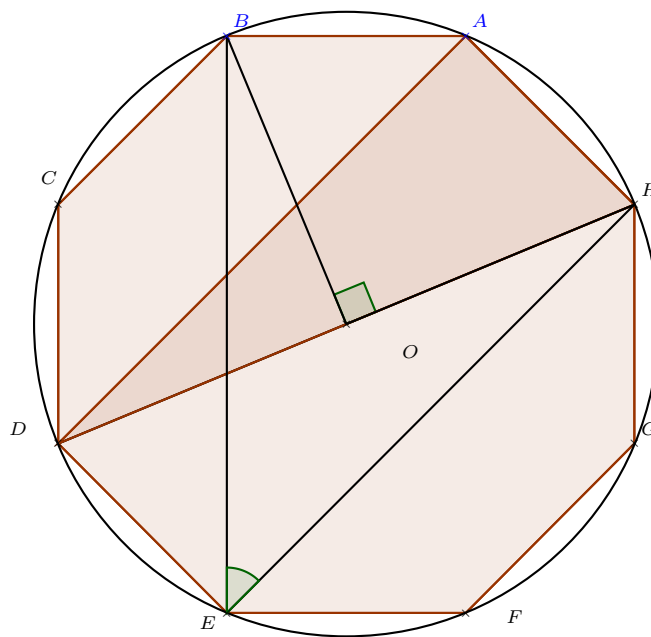


Exercice 1.

5 points

1. Reproduire l'octogone régulier.

Un polygone régulier est inscritible dans un cercle.



2. Démontrer que le triangle DAH est rectangle.

- Les angles au centre d'un octogone régulier sont tous de même mesure donc chacun mesure :

$$\widehat{HOA} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

- On sait que :

$$\widehat{HOD} = 4 \times \widehat{HOA} = 4 \times 45^\circ = 180^\circ$$

Par conséquent, les points H, O et D sont alignés et [HD] est un diamètre du cercle. Or par théorème :

Théorème 1

Si un point M appartient à un cercle de diamètre [AB], en étant distinct des points A et B,
Alors le triangle AMB est rectangle en M.

Or ici le point A est un point de cercle de diamètre [HD], distinct de H et de D, donc d'après le théorème 1 donc **le triangle HAD est rectangle en A.**



3. Calculer le mesure de l'angle $\widehat{BEH}$. L'angle au centre $\widehat{BOH}$ est de mesure :

$$\widehat{BOH} = 2 \times 45 = 90^\circ$$

Cet angle au centre $\widehat{BOH}$ intercepte le même arc $\widehat{BH}$ que l'angle inscrit $\widehat{BEH}$. Or la mesure de l'angle inscrit est la moitié de celle de l'angle au centre interceptant le même arc soit : Par conséquent

$$\widehat{BEH} = \frac{\widehat{BOH}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

Exercice 2.

6 points

1. Soit x le prix d'un cahier :

- Dans les magasins A et B : le prix d'un cahier est de x euros.
- Dans le magasin C : car après une réduction de 30%, il reste 70% du prix à payer soit $70\% \times x = 0,7x$. Le prix unitaire d'un cahier est donc de $0,7x$ euros.

Or puisque que le prix x est un nombre positif on a :

$$0,7x \leq x$$

et donc le magasin C est le plus intéressant si on achète un seul cahier.

2. 2. a. Si on achète 2 cahiers :

- Dans le magasin A : le prix des deux cahiers est de $2x$ euros.
 - Dans le magasin B : le prix des deux cahiers est de $1x + 0,5x = 1,5x$ euros car le deuxième cahier est à moitié prix
 - Dans le magasin C : le prix des deux cahiers est de $2 \times 0,7x = 1,4x$ euros.
- Or puisque que le prix x est un nombre positif on a :

$$1,4x \leq 1,5x \leq 2x$$

et donc le magasin C est le plus intéressant si on achète deux cahiers.

2. b. Si on achète 3 cahiers :

- Dans le magasin A : le prix d'un lot de trois cahiers est de $2x$ euros car on paye trois cahier pour le prix de deux ;
 - Dans le magasin B : le prix des trois cahiers est de $1,5x + 1x = 2,5x$ euros soit le prix de deux cahiers plus un ;
 - Dans le magasin C : le prix des trois cahiers est de $3 \times 0,7x = 2,1x$ euros.
- Or puisque que le prix x est un nombre positif on a :

$$2x \leq 2,1x \leq 2,5x$$

et donc le magasin A est le plus intéressant si on achète trois cahiers.

3. Quel pourcentage de réduction totale Léa va-t-elle obtenir ?

- Puisqu'elle achète un cahier, Léa va choisir le magasin C et donc payer avant réduction $0,7x$ euros.
- Effectuer une baisse de 10% c'est multiplier le prix par

$$1 - 10\% = \frac{100 - 10}{100} = \frac{90}{100} = 0,9$$

- Elle paye donc après 10% de réduction, $90\% = 0,9$ du prix soit :

$$0,9 \times 0,7x = 0,63x$$

Or

$$0,63 = \frac{63}{100} = \frac{100 - 37}{100} = 1 - \frac{37}{100}$$

Elle va donc obtenir une réduction de 37%.



Exercice 3.

5 points

1. Programme de calcul.

- **On soustrait 6** : soit $(8 - 6) = 2$;
- **On soustrait 2** : soit $(8 - 2) = 6$;
- **On multiplie les deux résultats** : soit $(8 - 6) \times (8 - 2) = 12$;

Si on choisit 8, on obtient comme résultat :

$$(8 - 6) \times (8 - 2) = 12$$

2. Vrai ou Faux

- **Proposition 1**

Proposition 1 (Vraie)

Le programme peut donner un résultat négatif.

Si on prend le nombre 5, on obtient un résultat négatif :

$$(5 - 6) \times (5 - 2) = -3 < 0$$

- **Proposition 2**

Proposition 2 (Vraie)

Si on choisit $\frac{1}{2}$ comme nombre de départ, le programme donne $\frac{33}{4}$ comme résultat.

- **On soustrait 6** : soit $\left(\frac{1}{2} - 6\right) = \frac{1}{2} - \frac{12}{2} = -\frac{11}{2}$;
- **On soustrait 2** : soit $\left(\frac{1}{2} - 2\right) = \frac{1}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{3}{2}$;
- **On multiplie les deux résultats** : soit

$$\left(-\frac{11}{2}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{33}{4}$$

- **Proposition 3**

Proposition 3 (Vraie)

Le programme donne 0 comme résultat pour exactement deux nombres.

On peut reprendre le programme en prenant x comme nombre de départ :

- **On soustrait 6** : soit $(x - 6)$;
- **On soustrait 2** : soit $(x - 2)$;
- **On multiplie les deux résultats** : soit $(x - 6) \times (x - 2)$;

Donc on cherche les valeurs de x telles que $(x - 6) \times (x - 2) = 0$ qui est une équation produit. Or par théorème :

Théorème 2

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.



soit

$$(x - 6) \times (x - 2) = 0 \iff x - 2 = 0 \text{ ou } x - 6 = 0$$

$$(x - 6) \times (x - 2) = 0 \iff x = 2 \text{ ou } x = 6$$

L'équation produit a deux solutions distinctes, 2 et 6 qui correspondent aux nombres qui donnent 0 comme résultat par le programme, l'affirmation est donc vraie.

• **Proposition 4**

Proposition 4 (Fausse)

La fonction qui, au nombre choisi au départ, associe le résultat du programme est une fonction linéaire.

On a vu que la fonction associée au programme est :

$$f(x) = (x - 6)(x - 2)$$

– **Méthode 1**

L'image, par une fonction linéaire de 0 est toujours 0 or ici si 0 est choisi comme nombre de départ :

$$f(0) = (0 - 6) \times (0 - 2) = 12 \neq 0$$

La fonction f n'est pas une fonction linéaire.

– **Méthode 2**

Après développement on a :

$$f(x) = (x - 6)(x - 2) = x^2 - 2x - 6x + 12$$

$$f(x) = x^2 - 8x + 12$$

La fonction f n'est pas une fonction linéaire car elle n'est pas de la forme $x \mapsto ax$.

Exercice 4.

3 points

1. Simulation des tirages.

1. a. Quelle est la couleur la plus présente dans le sac ?

La fréquence correspondant au jeton jaune étant sur le long terme la plus grande, c'est donc **la couleur jaune qui est la plus fréquente dans le sac.**

1. b. Quelle formule a-t-il saisie dans la cellule C2 avant de la recopier vers le bas ?

La formule à saisir dans la cellule C2 avant de la recopier vers le bas est :

$$= B2/A2$$

2. On sait que la probabilité de tirer un jeton rouge est de $\frac{1}{5}$. Combien y a-t-il de jetons rouges dans le sac ?

Il y a 20 jetons dans le sac or

$$\frac{1}{5} \times 20 = \frac{20}{5} = 4$$

Donc il y a **4 jetons rouge dans le sac.**

Exercice 5. QCM

4 points

• **Question 1 :** Réponse d : 8

Propriété 1

Quand on multiplie les longueurs par un réel k positif, les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3 .



Donc quand on double le rayon d'une boule, on multiplie les longueurs par $k = 2$ et donc son volume par $k^3 = 2^3 = 8$.

- **Question 2 :** Réponse a : 10 m.s^{-1}

Une vitesse de 36 km.h^{-1} correspond à parcourir une distance de $36 \text{ km} = 36\,000 \text{ m}$ en 1 heure soit en $3\,600 \text{ s}$ donc :

Distance (en m)	36 000 m	d ?
Temps (en seconde)	3 600 s	1 s

Cela revient donc à parcourir en 1 seconde la distance de

$$d = \frac{36000 \times 1}{3600} = 10 \text{ m}$$

Donc

$$v = 36 \text{ km.h}^{-1} = 10 \text{ m.s}^{-1}$$

- **Question 3 :** Réponse c : $\sqrt{21}$

Puisque $5 = \sqrt{25}$, diviser $\sqrt{525}$ par 5 c'est le diviser par $\sqrt{25}$ soit :

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{525}}{5} &= \frac{\sqrt{525}}{\sqrt{25}} \\ &= \sqrt{\frac{525}{25}} \\ \frac{\sqrt{525}}{5} &= \sqrt{21} \end{aligned}$$

- **Question 4 :** Réponse a : 25

On sait que $1 \text{ To} = 10^{12} \text{ octets}$ et que $1 \text{ Go} = 10^9 \text{ octets}$ donc

$$1 \text{ To} = \frac{10^{12}}{10^9} = 10^3 \text{ Go}$$

donc un disque dur de $1,5 \text{ To} = 1,5 \times 10^3 \text{ Go}$ peut se partager en N dossier de 60 Go avec

$$N = \frac{1,5 \times 10^3}{60} = 25$$

Exercice 6.

6 points

1. Vérifier que les feux de croisement de Pauline sont réglés avec une inclinaison égale à 0,014.

D'après les données on a :

- $QK = QC - Qk = 0,65 - 0,58 = 0,07 \text{ m}$;
- $QP = 5 \text{ m}$.

Donc

$$\frac{QK}{QP} = \frac{0,07}{5} = 0,014$$

Les feux de croisement de Pauline sont réglés avec une **inclinaison égale à 0,014**.

2. Donner une mesure de l'angle $\widehat{QPK}$ correspondant à l'inclinaison.

Le triangle QPK est rectangle en Q donc :

$$\tan \widehat{QPK} = \frac{QK}{QP} = 0,014$$

soit arrondi au dixième

$$\widehat{QPK} = \arctan 0,014 \approx 0,8^\circ$$



3. Quelle est distance AS d'éclairage des feux ?

Dans le triangle APS rectangle en A on a :

$$\widehat{SPA} = 90 - \widehat{QPK} \approx 89,2^\circ$$

Par conséquent

$$\tan \widehat{SPA} = \frac{AS}{AP}$$

soit

$$AS \approx 0,65 \times \tan 89,2 \approx 49 \text{ m}$$

Remarque : Si on veut conserver les valeurs exactes jusqu'au bout on a :

$$AS = 0,65 \times \tan(90^\circ - \arctan 0,014) \approx 46 \text{ m}$$

Les résultats sont alors sensiblement différents du fait de l'approximation grossière faite de l'angle $\widehat{QPK}$ à la question précédente. **La valeur de 46 m étant la valeur la plus proche.**

Exercice 7.

7 points

1. Justifier que le prix d'une botte de paille est de 0,51 € (arrondi au centime).

- Volume d'une botte de paille :

$$0,9 \times 0,45 \times 0,35 = 0,14175 \text{ m}^3$$

- Poids d'une botte de paille :

$$0,14175 \times 90 = 12,7575 \text{ kg}$$

- Prix d'une botte de paille :

$$12,7575 \times 10^{-3} \times 40 \approx 0,51 \text{ €}$$

2. 2. a. Combien de bottes devra-t-il commander ?

- **Calcul de JF**

Le triangle IJF est rectangle en I avec

$$IJ = IA - IA = 7,7 - 5 = 2,7 \text{ m} \quad \text{et} \quad IF = 3,6 \text{ m}$$

donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$$JF^2 = IJ^2 + IF^2$$

$$JF^2 = 2,7^2 + 3,6^2$$

$$JF^2 = 20,25$$

et puisque JF est une longueur, on a

$$JF = \sqrt{20,25} = 4,5 \text{ m.}$$

- Le toit est un rectangle de côtés [JF] et [FG] donc la surface du toit est de

$$S = 4,5 \times 15,3 = 68,65 \text{ m}^2$$

- La surface au sol d'une botte de paille de hauteur 35 cm est :

$$S_1 = 0,9 \times 0,45 = 0,405 \text{ m}^2$$

- On a donc :

$$\frac{S}{S_1} = \frac{68,65}{0,405} \approx 170$$

On a donc besoin de **170 bottes**.

2. b. Quel est le coût de la paille nécessaire pour isoler le toit ?

On a montré lors de la question 1 que le prix d'une botte de paille était de 0,51 € (arrondi au centime).

Donc le prix à payer pour isoler le toit sera de :

$$0,51 \times 170 = 86,70 \text{ €}$$

- Fin du devoir -