Collège Jacques Daguerre

DNB 2018 – Mathématiques

Exercice 1 (11 points)

1. La latitude de Pyeongchang est d'environ ***37° Nord*** et sa longitude est d'environ ***128° Est***.
2. Le diamètre de la boule est de 23 cm donc le rayon R = 23 : 2 = **11,5 cm**.

   $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\times\pi\times 11{,}5^3 \approx$ **6 371 cm³**, valeur arrondie à l'unité.
3. Le diamètre du cylindre est de 6 cm donc son rayon est de 6 : 2 = 3 cm.

   $V_{cylindre} = \pi\times 3^2\times 23 = 207\pi \approx 650$ cm³.

   $V_{total} \approx 6\,371 + 650 = 7\,021$ cm³. $\frac{6\,371}{7\,021}\times 100 \approx$ **90,74 %.** Marie a raison.

Exercice 2 (14 points)

1. Moyenne(Lyon) = 72,5 µg/m³.

   $\text{Moyenne(Grenoble)} = \frac{32+39+52+57+78+63+60+82+82+89}{10} = \frac{634}{10} =$ **63,4 < 72,5**.

   Lyon est la ville qui a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 er le 25 janvier.
2. Etendue(Lyon) = 107 – 22 = 85 µg/m³.
   Etendue(Grenoble) = 89 – 32 = 57 µg/m³.
   Lyon est la ville qui a l'étendue la plus importante. Il y a un très grand écart entre les concentrations journalières en PM10 à Lyon.
3. Il y a 10 jours concernés et la médiane est de 83,5 µg/m³ donc cela signifie qu'au moins la moitié des journées a eu une concentration supérieure ou égale à 83,5 µg/m³.
   Il y a bien eu au moins 5 fois le seuil d'alerte dépassé à Lyon.

Exercice 3 (12 point)

1. Il y a 125 morceaux de rap sur un total de 375 morceaux et chaque morceau a la même chance d'être écoutée donc $p = \frac{125}{375} = \mathbf{\frac{1}{3}}$.
2. A) $\frac{7}{15} = \frac{7\times 25}{15\times 25} = \frac{175}{375}$ donc il y a **175 morceaux de rock** dans le lecteur audio.

   B) $\frac{7}{15}\times 375 =$ **175**.
3. $\frac{7}{15}\times 100 \approx$ **47 % > 40 %** donc Théo a plus de chance d'écouter un morceau de rock qu'Alice.

Exercice 4 (14 points)

1. BCD est un triangle rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on a :
   $CD^2 = BC^2 + BD^2$
   $8{,}5^2 = 7{,}5^2 + BD^2$

$BD^2 = 8{,}5^2 - 7{,}5^2 = 72{,}25 - 56{,}25 = 16$.

D'où $BD = \sqrt{16} = \mathbf{4\ cm}$.

2. $7{,}5 : 6 = 1{,}25$; $8{,}5 : 6{,}8 = 1{,}25$ et $3{,}2 : 4 = 1{,}25$. Les côtés des 2 triangles sont proportionnels donc les deux triangles sont semblables.
3. Les triangles BCD et BFE sont semblables donc ils ont les mêmes angles. Comme l'angle $\widehat{BFE}$ correspond à l'angle $\widehat{CBD}$, il s'agit bien d'un angle droit. **Sophie a raison**.
4. Le triangle BCD est rectangle en B. Je connais la mesure de l'hypoténuse [DC] et celle de [BC], côté adjacent à $\widehat{BCD}$.

   $\cos \widehat{BCD} = \frac{BC}{CD} = \frac{7{,}5}{8{,}5}$ d'où $\widehat{BCD} = \arccos\left(\frac{7{,}5}{8{,}5}\right) \approx 28°$.

   Les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BCD}$ sont adjacents : $\widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD} \approx 61 + 28 = \mathbf{89°} \neq 90°$, donc **Max a tort**, $\widehat{ACD}$ n'est pas un angle droit.

Exercice 5 (16 points)

1. $-1 \rightarrow -1 \times 4 = \mathbf{-4} \rightarrow -4 + 8 = \mathbf{4} \rightarrow 4 \times 2 = \mathbf{8}$.
2. $30 \leftarrow 30 : 2 = \mathbf{15} \leftarrow 15 - 8 = \mathbf{7} \leftarrow 7 : 4 = \mathbf{1{,}75}$.
3. Il faut comparer les formes développées :

   $A = 2(4x + 8) = 2\times4x + 2\times8 = \mathbf{8x + 16}$.

   $B = (4 + x)^2 - x^2 = 4^2 + 8x + x^2 - x^2 = \mathbf{8x + 16}$.

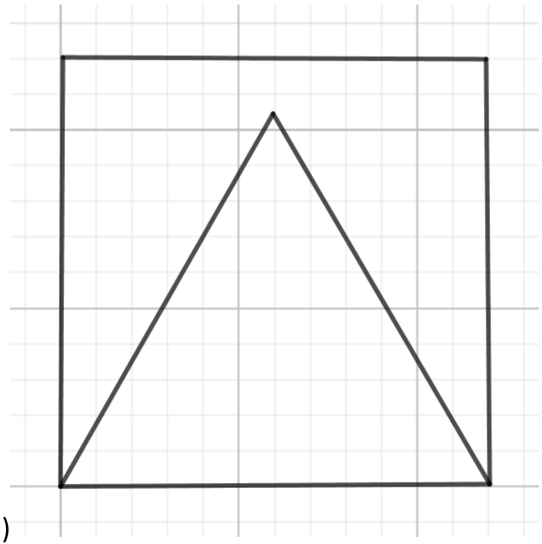
   Les formes développées sont les mêmes donc les deux expressions donnent le même résultat pour toute valeur de x.
4. - **Affirmation 1** :

     Faux : pour $x = -4$: $B = (4 - 4)^2 - (-4)^2 = 0 - 16 = -16 < 0$.

   - **Affirmation 2** :

     Vrai. En factorisant A par 4, on obtient : $A = 2(4x + 8) = 2\times4(x + 2) = 8(x + 2)$ où $x + 2$ est un nombre entier. Donc les résultats obtenus sont bien des multiples de 8.

Exercice 6 (16 points)



1. a)

   b) $300 : 6 = 50$. Les coordonnées du stylo sont **(50 ; 0)**.

2. $300 - 50 \times 2 = 300 - 100 = 200$. **Mettre longueur à 200**.
3. a. C'est une homothétie (le centre est le milieu du côté commun aux deux carrés) de rapport de réduction $k = \frac{200}{300} = \mathbf{\frac{2}{3}}$.

   b. Le rapport des aires est de $k^2 = \mathbf{\frac{4}{9}}$.

Exercice 7 (17 points)

1. Le graphique n'est pas une droite passant par l'origine donc le temps et la vitesse de rotation ne sont pas proportionnels.
2. a) $v(0) =$ **20 tours/s**.
   b) 1 min et 20s = 80s. $v(80s) =$ **3 tours/s**.
   c) Le hand spinner va s'arrêter au bout de **94s** (entre 92 et 96s).
3. a) $V(30) = -0{,}214 \times 30 + 20 = 13{,}58$ tours par seconde.
   b) On résout l'équation $-0{,}214t + 20 = 0$.
   $-0{,}214t = -20$
   $t = -20 : (-0{,}214) \approx$ **93,5 s**. Le hand spinner va s'arrêter au bout de 93,5 secondes environ.
   c) t_A est la durée pour laquelle le hand-spinner s'arrête (vitesse nulle) :
   $-0{,}214t_A + V_{initiale} = 0$. D'où : $t_A = \frac{V_{initiale}}{0{,}214}$.
   Si on double la vitesse initiale, alors la durée nécessaire pour s'arrêter sera :
   $t'_A = \frac{2\times V_{initiale}}{0{,}214} = 2\times\frac{V_{initiale}}{0{,}214} = 2\times t_A$. Le hand-spinner tourne donc deux fois plus longtemps.