DNB - Brevet des Collèges
2018 Centres Étrangers
18 juin 2018
Correction

Math93.com

Like Math93 on Facebook / Follow Math93 on Twitter

/

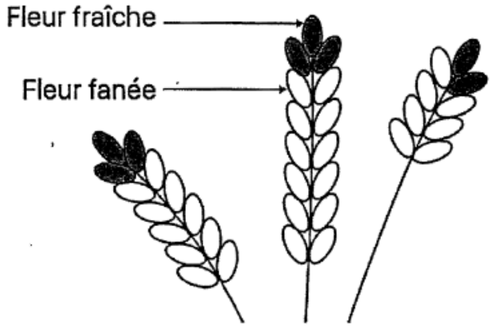
Remarque : *dans la correction détaillée ici proposée, les questions des exercices sont presque intégralement réécrites pour faciliter la lecture et la compréhension du lecteur. Il est cependant exclu de faire cela lors de l'examen, le temps est précieux ! Il est par contre nécessaire de numéroter avec soin vos questions et de souligner ou encadrer vos résultats. Pour plus de précisions et d'astuces, consultez la page dédiée de math93.com : présenter une copie, trucs et astuces.*

Exercice 1. 14 points

Affirmation 1 (Vraie)

La récolte de la lavande débute lorsque les trois quarts des fleurs au moins sont fanées. Le producteur a cueilli un échantillon de lavande représenté par le dessin ci-contre.

Affirmation 1 : la récolte peut commencer.



Preuve.
Sur cet échantillon, parmi les 37 parties de fleurs, 8 sont fraîches donc 29 sont fanées. La proportion de fleurs fanées est donc

$$p = \frac{29}{37} \approx 0.7838 \approx 78\% > 75\%$$

. La récolte peut commencer.

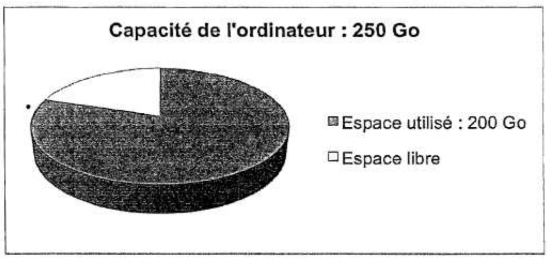
Affirmation 2 (Fausse)

En informatique, on utilise comme unités de mesure les multiples de l'octet :

1 ko $= 10^3$ octets, 1 Mo $= 10^6$ octets, 1 Go $= 10^9$ octets.

Contenu du disque dur externe : 1 000 photos de 900 ko chacune et 65 vidéos de 700 Mo chacune.

Affirmation 2 : le transfert de la totalité du contenu du disque dur externe vers l'ordinateur n'est pas possible.



Preuve.

- Poids des photos : 1 000 photos de 900 ko chacune

$$1\,000 \times 900 = 900\,000 \text{ ko} = 900 \text{ Mo} = 0,9 \text{ Go}$$

- Poids des vidéos : 65 vidéos de 700 Mo chacune

$$65 \times 700 = 45\,500 \text{ Mo} = 45,5 \text{ Go}$$

- Total du contenu du disque dur externe :

$$0,9 + 45,5 = 46,4 \text{ Go}$$

.

- Espace libre sur l'ordinateur :

$$250 - 200 = 50 \text{ Go} > 46,4 \text{ Go}$$

- Conclusion : l'affirmation 2 est fausse.

Affirmation 3 (Vraie)

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre ;
- Ajouter 5 ;
- Multiplier le résultat obtenu par 2 ;
- Soustraire 9.

Affirmation 3 : ce programme donne pour résultat la somme de 1 et du double du nombre choisi.

Preuve.
On va faire tourner le programme avec x comme nombre choisi :

- Choisir un nombre : x ;
- Ajouter 5 : $(x+5)$;
- Multiplier le résultat obtenu par 2 : $(x+5) \times 2$;
- Soustraire 9 : $(x+5) \times 2 - 9$.

or on a :

$$(x+5) \times 2 - 9 = 2x + 10 - 9 = 1 + 2x$$

Donc l'affirmation est vraie.

Exercice 2. 16 points

Les réponses aux questions de cet exercice seront lues sur le graphique de l'annexe 1, située en page 8 de ce sujet. Celui-ci représente le profil d'une course à pied qui se déroule sur l'île de La Réunion (ce graphique exprime l'altitude en fonction de la distance parcourue par les coureurs). Aucune justification n'est attendue pour les questions 1 à 4.

1. **Quelle est la distance parcourue par un coureur, en kilomètres, lorsqu'il arrive au sommet de la plaine des merles ?**
D 'après le graphique, lorsque le coureur arrive au sommet de la *plaine des merles*, il a parcourut 37 km.

2. **Quelle est l'altitude atteinte, en mètres, au gîte du Piton des neiges ?**
L'altitude atteinte, en mètres, au gîte du Piton des neiges est de 2 500 m.

3. **Quel est le nom du sommet situé à 900 mètres d'altitude ?**
Le nom du sommet situé à 900 mètres d'altitude est Le Dos d'Âne.

4. **À quelle(s) distance(s) du départ un coureur atteindra-t-il :t 900 m d'altitude ?**
Le coureur sera à 1 900 m d'altitude quand il se trouvera à 7 km et 18 km du départ.

5. **Le dénivelé positif se calcule uniquement dans les montées ; pour chaque montée, il est égal à la différence entre l'altitude la plus haute et l'altitude la plus basse.**

5. a. Calculer le dénivelé positif entre Cilaos et le gîte du Piton des neiges.
Le dénivelé positif entre le Cilaos et le Piton des neiges est

$$2\,500 - 1\,200 = \underline{1\,300 \text{ m}}$$

5. b. Montrer que le dénivelé positif total de cette course est 4 000 m.
Le dénivelé positif total de cette course est :

- $2500 - 1200 = 1300$ m
- $1800 - 700 = 1100$ m
- $900 - 300 = 600$ m
- $300 - 0 = 300$ m
- $700 - 0 = 700$ m
- Conclusion : Le dénivelé positif total est donc

$$1\,300 + 1\,100 + 600 + 300 + 700 = \underline{4\,000 \text{ m}}$$

6. **Maëlle a effectué sa course à une vitesse moyenne de 7 km/h et Line a mis 13 h 20 min pour passer la ligne d'arrivée. Laquelle de ces deux sportives est arrivée en premier ?**

- Line a mis 13 h 20 min pour passer la ligne d'arrivée.
- Maëlle a effectué sa course à une vitesse moyenne de 7 km/h donc pour parcourir les 93 km est a mis :

Distance	93 km	7 km
Temps	?	1h

$$t = \frac{93 \times 1}{7} \approx 13.286 \text{ h}$$

Or on a ;

$$13 \text{ h } 60 \times 0.28571429 \text{ min} \approx 13 \text{ h} 17 \text{ min} < 13 \text{ h} 20 \text{ min}$$

- Conclusion : c'est donc Maëlle qui est arrivée en premier.

Remarque
Pour être plus rigoureux on pouvait effectuer la division euclidienne de 93 par 7 soit : $93 = 7 \times 13 + 2$

$$\frac{93}{7} \text{ h} = 13 \text{ h } + \frac{2}{7} \text{ h} = 13 \text{ h } + \frac{2 \times 60}{7} \text{ min} \approx 13 \text{ h } 17 \text{ min}$$

Exercice 3. Probabilités 16 points

Thomas possède une montre qu'il compose en assemblant des cadrans et des bracelets de plusieurs couleurs. Pour cela, Il dispose de : deux cadrans : un rouge et un jaune ; quatre bracelets : un rouge, un jaune, un vert et un noir.

1. Combien y a-t-il d'assemblages possibles ?

Il dispose de deux cadrans et quatre bracelets différents donc il y a $\underline{2 \times 4 = 8 \text{ assemblages possibles}}$.

Il choisit au hasard un cadran et un bracelet pour composer sa montre.

2. Déterminer la probabilité d'obtenir une montre toute rouge.

Il y a une seule composition sur 8 toute rouge. On suppose qu'il y a équiprobabilité des tirages, la probabilité d'obtenir une montre toute rouge est alors :

$$p_1 = \frac{1}{8}$$

3. Déterminer la probabilité d'obtenir une montre d'une seule couleur.

Il y a 2 compositions sur 8 de la même couleur (rouge ou jaune). On suppose qu'il y a équiprobabilité des tirages, la probabilité d'obtenir une montre d'une seule couleur est alors :

$$p_2 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

4. Déterminer la probabilité d'avoir une montre de deux couleurs.

L'évènement « *avoir une montre de deux couleurs* » est le contraire de l'évènement de la question précédente. Sa probabilité est donc :

$$p_3 = 1 - p_2 = \frac{3}{4}$$

Exercice 4. 18 points

Chaque été, Jean exploite son marais salant sur l'île de Ré, situé dans l'océan Atlantique, près de La Rochelle. Son marais se compose de carreaux (carrés de 4 m de côté) dans lesquels se récolte le sel.

Partie A. Le gros sel

Chaque jour, il récolte du gros sel sur 25 carreaux. Le premier jour, afin de prévoir sa production, il relève la masse en kilogramme de chaque tas de gros sel produit par carreau. Voici la série statistique obtenue :

34-39-31-45-40-32-36-45-42-34-30-48-43 - 32 -39 -40 -42 -38 -46 -31 -38 -43 -37 -47 -33

1. Calculer l'étendue de cette série statistique.
L'étendue de cette série statistique est la différence entre les valeurs extrêmes soit :

$$\underline{e = 48 - 30 = 18}$$

2. Déterminer la médiane de cette série statistique et interpréter le résultat.
On va trier les valeurs par ordre croissant :

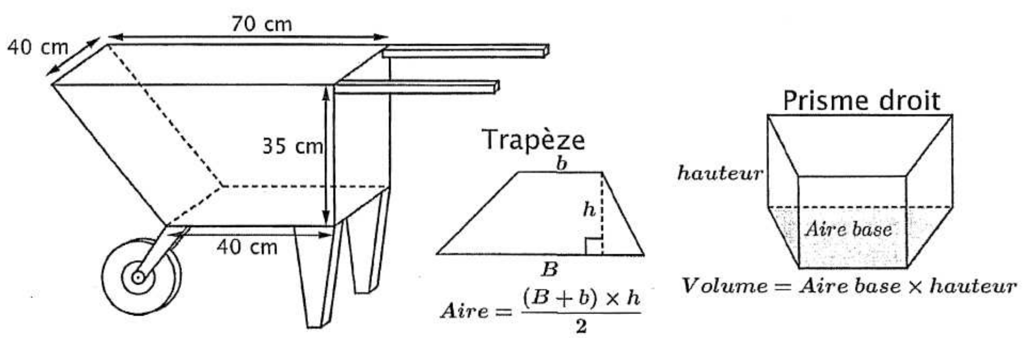
30 - 31- 31- 32- 32- 33- 34- 34- 36- 37- 38- 38- $\boxed{39}$ - 39- 40- 40- 42- 42- 43- 43- 45- 45- 46- 47- 48

Il y a 25 valeurs, la médiane sera donc la 13^{e} valeur soit en les rangeant par ordre croissant : $\underline{M_e = 39}$.

3. Calculer la masse moyenne en kg des tas de gros sel pour ce premier jour.
La masse moyenne en kg des tas de gros sel pour ce premier jour est

$$M = \frac{30+31+31+\cdots+48}{25} = \frac{965}{25} = \underline{38,6 \text{ kg}}$$

Partie B. La fleur de sel



La fleur de sel est la mince couche de cristaux blancs qui se forme et affleure la surface des marais salants. Chaque soir, Jean cueille la fleur de sel à la surface des carreaux. Pour transporter sa récolte, il utilise une brouette comme sur le schéma ci-dessous.
La brouette est formé par un prisme droite dont la base est un trapèze.

1. Montrer que cette brouette a un volume de 77 litres.

- Aire du trapèze :
$$\mathscr{A} = (40+70) \times 352 = 1925 \text{ cm}^3$$
- Volume du prisme droit :
$$\mathscr{V} = \mathscr{A} \times 40 = 77000 \text{ cm}^3$$
Or 1 litre =1 dm^3 =1 000 cm^3. Donc
$$\mathscr{V} = 77 \text{ litres.}$$
- Conclusion :La brouette a un volume de 77 litres.

2. Sachant que 1 litre de fleur de sel pèse 900 grammes, calculer la masse en kg du contenu d'une brouette remplie de fleur de sel.
Sachant que 1 litre de fleur de sel pèse 900 grammes, alors 77 litres pèsent $77 \times 900 = 69\,300 g = \underline{69,3 \text{ kg}}$.

Exercice 5. 18 points

Sur une facture de gaz, le montant à payer tient compte de l'abonnement annuel et du prix correspondant au nombre de kilowattheures (kWh) consommés. Deux fournisseurs de gaz proposent les tarifs suivants :

	Prix du kWh	Abonnement annuel
Tarif A (en euros)	0,0609	202,43
Tarif B (en euros)	0,0574	258,39

En 2016, la famille de Romane a consommé 17 500 kWh.
Le montant annuel de la facture de gaz correspondant était de 1 268,18 euros.

1. Quel est le tarif souscrit par cette famille ?

	Prix du kWh	Abonnement annuel	Prix pour 17 500 kWh
Tarif A (en euros)	0,0609	202,43	$17\,500 \times 0,0609 + 202,43 = \underline{1268,18€}$
Tarif B (en euros)	0,0574	258,39	$17\,500 \times 0,0574 + 258,39 = \underline{1262,89€}$

Le tarif souscrit par cette famille est donc le tarif A.

Depuis 2017, cette famille diminue sa consommation de gaz par des gestes simples (baisser le chauffage de quelques degrés, mettre un couvercle sur la casserole d'eau pour la porter à ébullition, réduire le temps sous l'eau dans la douche, etc.).

2. En 2017, cette famille a gardé le même fournisseur de gaz, mais sa consommation en kWh a diminué de 20% par rapport à celle de 2016.

2. a. Déterminer le nombre de kWh consommés en 2017.
Effectuer une baisse de 20%, c'est multiplier par $k = (1 - 20\%) = 0,8$ donc le nombre de kWh consommés en 2017 est de :

$$17\,500 \times 0,8 \text{ kWh} = \underline{14\,000 \text{ kWh}}$$

2. b. Quel est le montant des économies réalisées par la famille de Romane entre 2016 et 2017 ?
Le montant des économies réalisées par la famille de Romane entre 2016 et 2017 est :

$$\begin{aligned} m &= (17\,500 - 14\,000) \times 0,0609 \\ &= 3\,500 \times 0,0609 \\ m &= \underline{213,15€} \end{aligned}$$

3. *On souhaite déterminer la consommation maximale assurant que le tarif A est le plus avantageux. Pour cela on note x le nombre de kWh consommés sur l'année. On modélise les tarifs A et B respectivement par les fonctions f et g :*

$$f(x) = 0,0609x + 202,43 \quad et \quad g(x) = 0,0574x + 258,39$$

3. a. Quelles sont la nature et la représentation graphique de ces fonctions ?
Les deux fonctions sont de la forme $ax + b$ donc ce sont des fonctions affines.

3. b. Résoudre l'inéquation : $f(x) < g(x)$.

$$\begin{aligned} f(x) < g(x) &\iff 0,0609x + 202,43 < g(x) = 0,0574x + 258,39 \\ &\iff 0,0035x < 55,96 \\ &\iff x < \frac{0,0035}{55,96} \approx 15\,988.57143 \end{aligned}$$

3. c. Déduire une valeur approchée au kWh près de la consommation maximale pour laquelle le tarif A est le plus avantageux.

$$f(x) < g(x) \iff x < \frac{0,0035}{55,96} \approx 15\,988.57143$$

Donc attention on a :

$$\begin{cases} f(15\,988) < g(15\,988) \\ f(15\,989) > g(15\,988) \end{cases}$$

Une valeur approchée au kWh près de la consommation maximale pour laquelle le tarif A est le plus avantageux est donc de <u>15 988 kWh</u>.

Exercice 6. 18 points

Le maraîchage est l'activité professionnelle qui consiste à cultiver les légumes, certains fruits, fleurs ou plantes aromatiques. Afin de diminuer la pénibilité des travaux de maraîchage, un agriculteur a acquis un robot électrique pour effectuer le désherbage de ses cultures.

Partie A. Parcours du robot

Le robot doit parcourir 49 allées parallèles écartés de 1 m, représentées sur le schéma cidessous. Les 48 premières allées, situées dans une parcelle rectangulaire, mesurent 80 m de long : la 1ère allée est [PQ]; la 2éme allée est [RS]; la 3éme allée est [TU]; les allées 4 à 47 ne sont pas représentées; la 48ème allée est [CS]. La 49ème (dernière allée) [DE] est située dans une parcelle triangulaire.

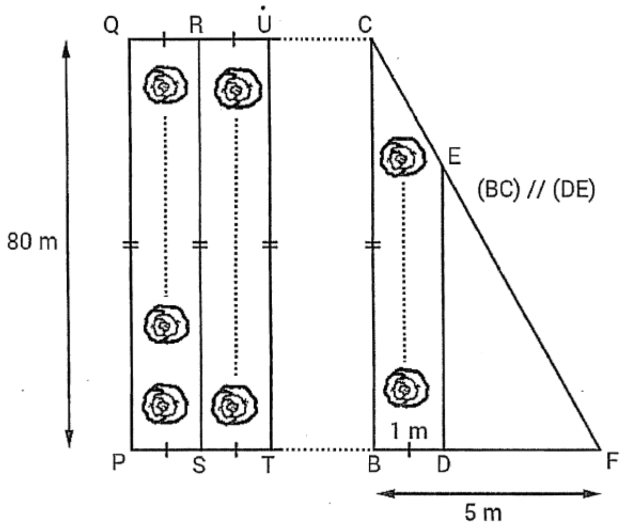


Schéma 2 du terrain non à l'échelle :
vue du dessus

1. Montrer que la longueur de la dernière allée est : $DE = 64$ m .

- **Données** :
  - ❏ Les points F, D, B et F, E, C sont alignés sur deux droites sécantes en F;
  - ❏ Les droites (BC) et (DE) sont parallèles .
- **Le théorème**
  Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :
  $$\frac{FD}{FB} = \frac{FE}{FC} = \frac{DE}{BC}$$
  Puis en remplaçant par les valeurs en utilisant le fait que D appartient au segment [BF] donc $DF = BF - BD = 4$ m on a
  $$\frac{4}{5} = \frac{FE}{FC} = \frac{DE}{80}$$
- **Calcul de DE.**
  On a donc
  $$\frac{4}{5} = \frac{DE}{80}$$
  Puis
  $$DE = \frac{4 \times 80}{5} = \underline{64 \text{ m}}$$

Partie B. Programme de déplacement du robot

On souhaite programmer le déplacement du robot du point P au point E. Le script ci-dessous, réalisé sous Scratch, est incomplet. Toutes les allées sont parcourues une seule fois. L'image « Robot » correspond au résultat attendu lorsque le drapeau vert est cliqué. Les longueurs doivent être indiquées en mètres.

1. **Le nouveau bloc « Motif montant » doit reproduire un déplacement du type P-Q-R (voir schéma 2) et positionner le robot prêt à réaliser le motif suivant. Écrire une succession de 4 blocs permettant de définir : « Motif montant ».**

```
définir Motif montant
avancer de 80
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 1
tourner ↻ de 90 degrés
```

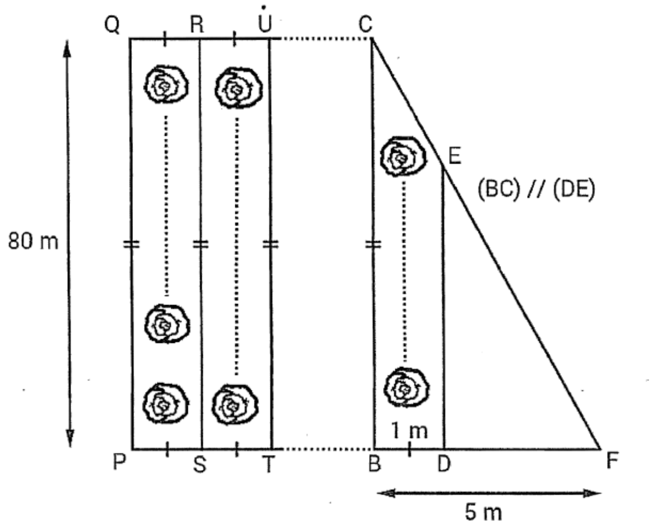


Schéma 2 du terrain non à l'échelle :
vue du dessus

2. **Le nouveau bloc « Motif descendant » doit reproduire un déplacement du type R-S-T (voir schéma 2) et positionner le robot prêt à réaliser le motif suivant. Quelle(s) modification(s) suffit-il d'apporter au bloc « Motif montant » pour obtenir le bloc « Motif descendant » ?**

```
définir Motif descendant
avancer de 80
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 1
tourner ↺ de 90 degrés
```

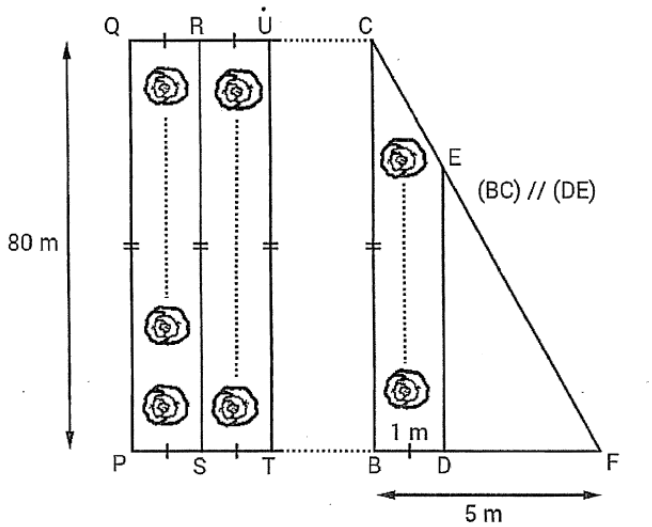


Schéma 2 du terrain non à l'échelle :
vue du dessus

3. Quelles valeurs faut-il donner à x et à y dans le script principal pour que le programme de déplacement du robot donne le résultat attendu.

Dans le script principal pour que le programme de déplacement du robot donne le résultat attendu :

- Il faut donner à x la valeur 24 car les deux blocs déplacent le robot d'une distance PT soit 2 allées;
- et à y la valeur 64 pour terminer le déplacement selon la dernière allée DE qui mesure 64 m d'après la partie A.

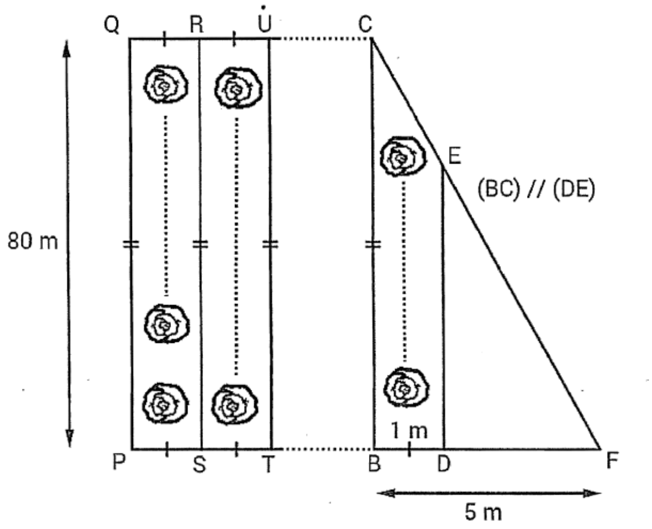
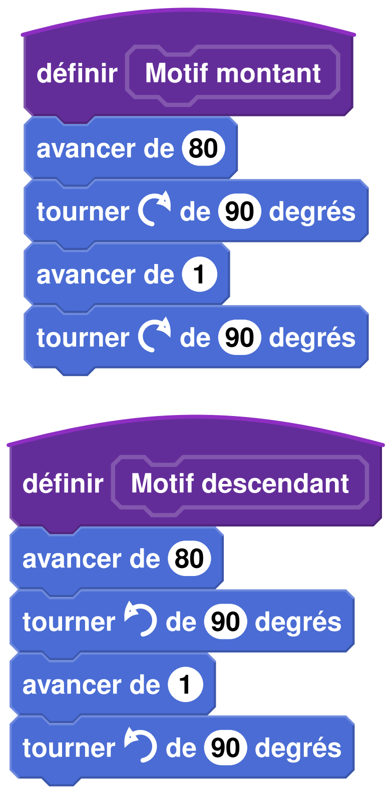


Schéma 2 du terrain non à l'échelle :
vue du dessus

Script Principal



Fin du devoir