



DNB - Brevet des Collèges 2016 Centres Étrangers 15 juin 2016 Correction

Like Math93 on Facebook / Follow Math93 on Twitter



Remarque : dans la correction détaillée ici proposée, les questions des exercices sont presque intégralement réécrites pour faciliter la lecture et la compréhension du lecteur. Il est cependant exclu de faire cela lors de l'examen, le temps est précieux ! Il est par contre nécessaire de numérotier avec soin vos questions et de souligner ou encadrer vos résultats. Pour plus de précisions et d'astuces, consultez la page dédiée de math93.com : présenter une copie, trucs et astuces.

Exercice 1. QCM

3 points

Question 1 (Réponse B)

Si ABC est un triangle rectangle en A avec $AB = 5 \text{ cm}$ et $AC = 7 \text{ cm}$ alors la mesure arrondie au degré près de l'angle \widehat{ABC} est :

A. 45°

B. 54°

C. 36°

Preuve. ABC est rectangle en A donc :

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{7}{5}$$

Donc la calculatrice donne, arrondi au degré

$$\widehat{ABC} = \arctan \frac{7}{5} \approx 54^\circ$$

La bonne réponse à la question 1 est donc la réponse B.

Question 2 (Réponse B)

L'antécédent de 8 par la fonction $f : x \mapsto 3x - 2$ est :

A. Inférieur à 3

B. Compris entre 3 et 4

C. Supérieur à 4

Preuve. Un antécédent de 8 par la fonction f définie par $f(x) = 3x - 2$ est solution de l'équation $f(x) = 8$ soit :

$$\begin{aligned} f(x) = 8 &\iff 3x - 2 = 8 \\ &\iff 3x = 10 \\ &\iff x = \frac{10}{3} \approx 3,33 \in [3 ; 4] \end{aligned}$$

L'unique antécédent de 8 par f est donc $x = \frac{10}{3}$, compris entre 3 et 4. La bonne réponse à la question 2 est donc la réponse B.

Question 3 (Réponse A)

La valeur exacte de $\frac{1 - (-4)}{-2 + 9}$ est :

A. $\frac{5}{7}$

B. 8

C. 0,7142857143

Preuve.

$$\frac{1 - (-4)}{-2 + 9} = \frac{1 + 4}{7} = \frac{5}{7}$$

La bonne réponse à la question 3 est donc la réponse A.

**Exercice 2. Vrai/Faux****4 points****Affirmation 1 (Fausse)**

Une boîte de macarons coûte 25 euros. Si on augmente son prix de 5% pendant deux ans, son nouveau prix sera de 27,5 euros.

Preuve.

Augmenter de 5% c'est multiplier par $(1 + 5\%) = 1,05$ donc :

- Après un an : $25\text{€} \times 1,05 = 26,25\text{€}$;
- Après deux ans : $26,25\text{€} \times 1,05 = \underline{27,5625} \neq 27,5$;

Soit :

$$25\text{€} \xrightarrow{\times 1,05} 26,25\text{€} \xrightarrow{\times 1,05} \underline{27,5625}$$

Le nouveau prix sera d'environ 27,56 euros, l'affirmation 1 est donc fausse.

Affirmation 2 (Vraie)

Si une boutique utilise en moyenne 4 kg de sucre par jour, elle utilisera environ $1,46 \times 10^6$ g de sucre en une année.

Preuve.

La boutique utilise 4 kg soit 4 000 g par jour, donc en une année de 365 jours, elle utilisera :

$$4\,000 \times 365 = 10^3 \times (4 \times 365) = 10^3 \times 1\,460 = \underline{1,46 \times 10^6 \text{ g}}$$

L'affirmation 2 est donc vraie.

Affirmation 3

Lors d'une livraison de macarons, en ville, un camion a parcouru 12,5 km en 12 minutes. En agglomération, la vitesse maximale autorisée est de 50 km/h. La livreur a respecté la limitation de vitesse.

Preuve.

Le camion a parcouru 12,5 km en 12 minutes soit :

Distance en km	12,5 km	?
Durée en minutes	12 min	60 min

Donc la vitesse, exprimée en km/h est donnée par :

$$v = \frac{12,5 \times 60}{12} = \underline{62,5 \text{ km/h}}$$

Le camion a dépassé la vitesse maximale autorisée de 50 km/h, l'affirmation 3 est fausse.

**Exercice 3. Tableur et statistiques****5 points**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedif	Dimanche	Total
2	Nombre de macarons vendus	324	240	310	204	318	386	468	2 250

1. Quelle formule doit être saisie dans la case I2 pour calculer le nombre total de macarons vendus dans la semaine ?

La formule qui doit être saisie dans la case I2 pour calculer le nombre total de macarons vendus dans la semaine est :

$$= SOMME(B2 : H2) \text{ ou } = B2 + C2 + D2 + E2 + F2 + G2 + H2$$

2. Calculer le nombre moyen de macarons vendus par jour. Arrondir à l'unité.

Le nombre moyen de macarons vendus par jour est :

$$m = \frac{324 + 240 + 310 + 204 + 318 + 386 + 468}{7} = \frac{2\,250}{7}$$

Soit arrondi à l'unité :

$$m = \frac{2\,250}{7} \approx 321$$

3. Calculer le nombre médian de macarons.

Il nous faut réordonner la série statistique :

Rangs des valeurs	1 ^{ère} valeur	2 ^e valeur	3 ^e valeur	4 ^e valeur	5 ^e valeur	6 ^e valeur	7 ^e valeur
Nombre de macarons vendus	204	240	310	318	324	386	468

Il y a 7 valeurs, donc la médiane est la 4^e valeur soit :

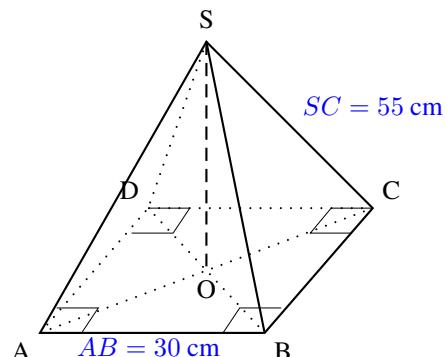
$$m_e = 318$$

Cela signifie que pour au moins la moitié des jours de la semaine, le nombre de macarons vendus est inférieur ou égal à $m_e = 318$, pour l'autre moitié, il est supérieur ou égal.**4. Calculer la différence entre le nombre de macarons vendus le dimanche et ceux vendus le jeudi. A quel terme statistique correspond cette valeur.**

La différence entre le nombre de macarons vendus le dimanche et ceux vendus le jeudi est :

$$N = 468 - 204 = 264$$

C'est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série, ce qui correspond à l'étendue de la série statistique.

**Exercice 4. Une pyramide****5 points**

Pour présenter ses macarons, une boutique souhaite utiliser des présentoirs dont la forme est une pyramide régulière à base carrée de côté 30 cm et dont les arêtes latérales mesurent 55 cm. On a schématisé le présentoir par la figure suivante :

Peut-on placer ce présentoir dans une vitrine réfrigérée parallélépipédique dont la hauteur est de 50 cm ?

Pour pouvoir placer ce présentoir dans une vitrine réfrigérée parallélépipédique dont la hauteur est de 50 cm il faut que la hauteur de la pyramide soit inférieure à 50 cm, calculons donc cette hauteur SO .

- Calcul de AC .**

La base ABCD de la pyramide est un carré de côté 30 cm donc le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

Dans le triangle BAC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} AC^2 &= BA^2 + BC^2 \\ AC^2 &= 30^2 + 30^2 \\ AC^2 &= 900 + 900 \\ AC^2 &= 1800 \end{aligned}$$

Or AC est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{1800} \\ AC &\approx 42,426 \text{ cm} \end{aligned}$$

- Calcul de SO .**

La hauteur (SO) de la pyramide est perpendiculaire à la base ABCD donc le triangle AOS est rectangle en O.

Le point O étant le milieu de la diagonale [AC] puisque ABCD est un carré on a

$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{1800}}{2}$$

Le triangle AOS est rectangle en O donc d'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} AS^2 &= AO^2 + OS^2 \\ 55^2 &= \left(\frac{\sqrt{1800}}{2}\right)^2 + OS^2 \\ OS^2 &= 55^2 - \frac{1800}{4} \\ OS^2 &= 2575 \end{aligned}$$

Or OS est positif car c'est une longueur, la seule solution possible est alors :

$$OS = \sqrt{2575} \approx 50,74 \text{ cm} > 50 \text{ cm}$$

On ne pourra donc pas placer ce présentoir dans une vitrine réfrigérée parallélépipédique dont la hauteur est de 50 cm.

Remarque : dans les calculs, on a appliqué les propriétés suivantes valables pour a réel positif et b réel positif non nul :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2} \text{ et } (\sqrt{a})^2 = a \implies \left(\frac{\sqrt{1800}}{2}\right)^2 = \frac{(\sqrt{1800})^2}{2^2} = \frac{1800}{4}$$

**Exercice 5. Un problème****3 points**

Pascale, Alexis et Carole se partagent deux boîtes de 12 macarons chacune. On sait qu'Alexis a mangé 4 macarons de plus que Pascale et que Pascale en a mangé deux fois moins que Carole. Combien de macarons chaque personne a-t-elle mangés ?

- Soit p le nombre de macarons mangés par Pascale, a celui par Alexis et c celui par Carole. Les entiers a , b et c étant compris entre 1 et 24.
- « Pascale, Alexis et Carole se partagent deux boîtes de 12 macarons chacune », donc 24 macarons et de ce fait :

$$(R_1) : p + a + c = 24$$

- « On sait qu'Alexis a mangé 4 macarons de plus que Pascale » donc :

$$(R_2) : a = 4 + p$$

- « On sait que Pascale en a mangé deux fois moins que Carole » donc :

$$p = \frac{c}{2} \iff (R_3) : 2p = c$$

- On obtient alors un système de trois équations à trois inconnues. En substituant les relations 2 et 3 dans l'égalité 1 on obtient alors :

$$\begin{cases} (R_1) : p + a + c = 24 \\ (R_2) : a = 4 + p \\ (R_3) : 2p = c \end{cases} \iff \begin{cases} p + 4 + p + 2p = 24 \\ a = 4 + p \\ c = 2p \end{cases} \iff \begin{cases} 4p = 20 \\ a = 4 + p \\ c = 2p \end{cases} \iff \begin{cases} p = \frac{20}{4} = 5 \\ a = 4 + p \\ c = 2p \end{cases} \iff \begin{cases} p = 5 \\ a = 4 + 5 = 9 \\ c = 2 \times 5 = 10 \end{cases}$$

Pascale a donc mangé 5 macarons, Alexis 9 et Carole 10.

**Exercice 6. Probabilités****3 points**

Pour fêter son anniversaire, Pascale a acheté à la boutique deux boîtes de macarons. La boîte **numéro 1** est composée de : 4 macarons chocolat, 3 macarons café, 2 macarons vanille et 3 macarons caramel. La boîte **numéro 2** est composée de : 2 macarons chocolat, 1 macaron fraise, 1 macaron framboise et 2 macarons vanille. On suppose dans la suite que les macarons sont indiscernables au toucher.

$$\text{Boîte n}^{\circ}1 \text{ (12 macarons)} : \begin{cases} 4 \text{ au chocolat} \\ 3 \text{ au café} \\ 2 \text{ à la vanille} \\ 3 \text{ au caramel} \end{cases} \quad \text{et Boîte n}^{\circ}2 \text{ (6 macarons)} : \begin{cases} 2 \text{ au chocolat} \\ 1 \text{ à la fraise} \\ 1 \text{ à la framboise} \\ 2 \text{ à la vanille} \end{cases}$$

1. Si on choisit au hasard un macaron dans la boîte numéro 1, quelle est la probabilité que ce soit un macaron au café ?

On suppose être en situation d'équiprobabilité.

La boîte numéro 1 compte 3 macarons au café sur un total de 12 macarons. Si on choisit au hasard un macaron dans la boîte numéro 1, la probabilité que ce soit un macaron au café est donc de :

$$p_1 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = \underline{0,25}$$

2. Au bout d'une heure il reste 3 macarons chocolat et 2 macarons café dans la boîte numéro 1 et 2 macarons chocolat et 1 macaron fraise dans la boîte numéro 2. Carole n'aime pas le chocolat mais apprécie tous les autres parfums. Si elle choisit un macaron au hasard dans la boîte numéro 1, puis un second dans la boîte numéro 2, quelle est la probabilité qu'elle obtienne deux macarons qui lui plaisent ?

Au bout d'une heure on est dans la situation suivante :

$$\text{Boîte n}^{\circ}1 \text{ (5 macarons)} : \begin{cases} 3 \text{ au chocolat} \\ 2 \text{ au café} \end{cases} \quad \text{et Boîte n}^{\circ}2 \text{ (3 macarons)} : \begin{cases} 2 \text{ au chocolat} \\ 1 \text{ à la fraise} \end{cases}$$

Pour que Carole obtienne deux macarons qui lui plaisent, elle doit tirer 1 macaron au café dans la boîte 1 et 1 à la fraise dans la boîte 2. En supposant toujours être en situation d'équiprobabilité :

- il y a 2 macarons au café sur 5 dans la boîte 1 donc la probabilité de tirer 1 macaron au café dans cette boîte est :

$$p_a = \frac{2}{5}$$

- il y a 1 macaron à la fraise sur 3 dans la boîte 2 donc la probabilité de tirer 1 macaron à la fraise dans cette boîte est :

$$p_b = \frac{1}{3}$$

La probabilité de tirer 1 macaron au café dans la boîte 1 et 1 à la fraise dans la boîte 2 est donc :

$$p_2 = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

**Exercice 7. Problème de volume****3 points**

Un macaron est composé de deux biscuits et d'une couche de crème. Cette couche de crème peut être assimilée à un cylindre de rayon 20 mm et de hauteur 5 mm. On rappelle que 1 L = 1 dm³

1. Vérifier que le volume de crème contenu dans un macaron est 2000π mm³.

Le volume d'un cylindre de rayon 20 mm et de hauteur 5 mm est le produit de la hauteur par l'aire du disque de base soit :

$$V = 5 \times (\pi \times 20^2) = \underline{2000\pi} \text{ mm}^3$$

2. Alexis a dans son saladier 30 cL de crème. Combien de macarons peut-il confectionner ?

Les 30 cL de crème représentent en mm³ :

$$30 \text{ cL} = 0,3 \text{ L} = 0,3 \text{ dm}^3 = 0,3 \times 10^6 \text{ mm}^3 = \underline{300\,000 \text{ mm}^3}$$

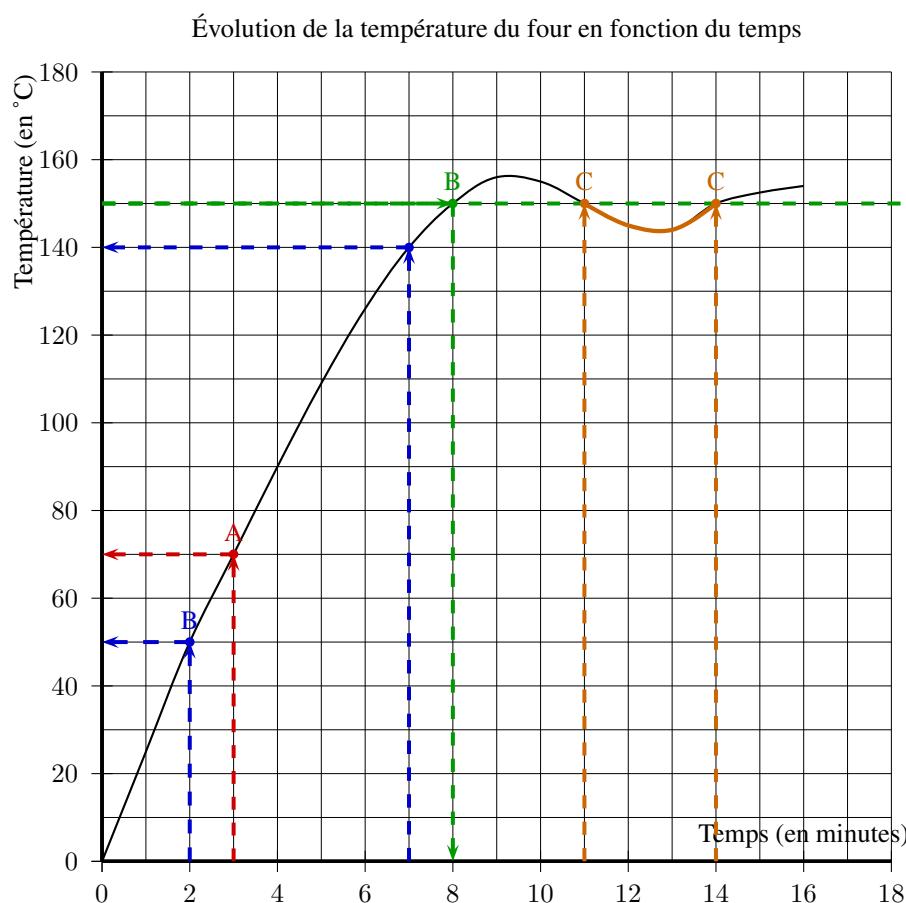
Donc puisque le volume de crème contenu dans un macaron est 2000π mm³, on a :

$$\frac{300\,000}{2000\pi} \approx 47,75$$

Avec les 30 cL de crème, Alexis peut donc confectionner 47 macarons exactement. Il lui restera un peu de crème.

Exercice 8. Lecture graphique**5 points**

Pour cuire des macarons, la température du four doit être impérativement de 150°C . Depuis quelques temps, le responsable de la boutique n'est pas satisfait de la cuisson de ses pâtisseries. Il a donc décidé de vérifier la fiabilité de son four en réglant sur 150°C et en prenant régulièrement la température à l'aide d'une sonde. Voici la courbe représentant l'évolution de la température de son four en fonction du temps.

**1. La température du four est-elle proportionnelle au temps ?**

La courbe représentant la température en fonction de temps n'est pas une droite passant par l'origine de repère, donc la température du four n'est pas proportionnelle au temps.

2. Quelle est la température atteinte au bout de 3 minutes ? Aucune justification n'est demandée.

La température atteinte au bout de 3 minutes est de 70° environ. Voir le tracé en rouge sur le graphique, cela correspond à l'ordonnée du point A.

3. De combien de degrés Celsius, la température a-t-elle augmenté entre la deuxième et la septième minute ?

D'après le graphique, la température passe de 50° à la deuxième minute à 140° à la septième (en bleu). La température a donc augmenté de :

$$140^{\circ} - 50^{\circ} = 90^{\circ}$$

4. Au bout de combien de temps, la température de 150°C nécessaire à la cuisson des macarons est-elle atteinte ?

La température de 150°C nécessaire à la cuisson des macarons est atteinte après 8 minutes (en vert sur le graphique, cela correspond à l'abscisse du point B).

5. Passé ce temps, que peut-on dire de la température du four ? Expliquer pourquoi le responsable n'est pas satisfait de la cuisson de ses macarons.

On peut remarquer qu'entre la 11^e et 14^e minute, la température du four passe sous les 150° , (en orange sur le graphique). Ceci explique pourquoi le responsable n'est pas satisfait de la cuisson.

**Exercice 9. Problème****5 points**

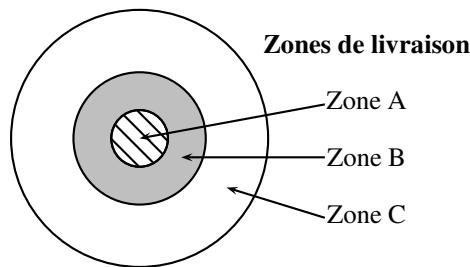
Pour son mariage, le samedi 20 août 2016, Norbert souhaite se faire livrer des macarons. L'entreprise lui demande de payer 402 € avec les frais de livraison compris. À l'aide des documents ci-dessous, déterminer dans quelle zone se trouve l'adresse de livraison.

Document 1 : Bon de commande de Norbert

10 boîtes de 12 petits macarons chocolat
10 boîtes de 12 petits macarons vanille
5 boîtes de 12 petits macarons framboise
2 boîtes de 12 petits macarons café
1 boîte de 6 petits macarons caramel

Document 2 : Tarifs de la boutique		
Parfum au choix	Jusqu'à 5 boîtes achetées	
Boîte de 6 petits macarons	9 € la boîte	
Boîte de 12 petits macarons	16 € la boîte	
Boîte de 6 gros macarons	13,50 € la boîte	
Boîte de 12 gros macarons	25 € la boîte	
Les frais de livraison, en supplément, sont détaillés ci-dessous en fonction de la zone de livraison.		

À partir de la sixième boîte identique achetée, profitez de 20 % de réduction sur toutes vos boîtes de ce parfum



Document 3 : Tarifs de livraison		
	En semaine	Samedi et dimanche
Zone A	12,50 €	17,50 €
Zone B	20 €	25 €
Zone C	25 €	30 €

• Le bon de commande.

- Norbert commande 5 boîtes de 12 petits macarons framboise et 2 boîtes de 12 petits macarons café à 16 euros l'unité soit au total :

$$p_1 = 7 \times 16 = 112 \text{ €}$$

- Norbert commande 1 boîte de 6 petits macarons caramel à 9 euros l'unité soit au total :

$$p_2 = 1 \times 9 = 9 \text{ €}$$

- Norbert commande 10 boîtes de 12 petits macarons chocolat et 10 boîtes de 12 petits macarons vanille. Or à partir de la sixième boîte identique achetée, on profite de 20 % de réduction sur toutes les boîtes de ce parfum. Faire une réduction de 20 %, c'est ne payer que 80 % du prix donc chacune des boîtes initialement à 16 euros, sera au prix de :

$$16 \times 0,8 = 12,80 \text{ €}$$

Pour les 20 boîtes commandées il devra donc payer :

$$p_3 = 20 \times 12,8 = 256 \text{ €}$$

- Le total de la commande hors frais de livraison est donc de :

$$p = 112 + 9 + 256 = 377 \text{ €}$$

• Calcul de frais de livraison.

L'entreprise lui demande de payer 402 € avec les frais de livraison compris. Le total de la commande étant de 377 euros, ces frais de livraison s'élèvent à :

$$402 - 377 = 25 \text{ €}$$

• Conclusion.

Le mariage étant un samedi avec des frais de livraison de 25 euros, on peut conclure que l'adresse se trouve dans la zone B.

- Fin du devoir -