



Math93.com

DNB - Brevet des Collèges 2016 Amérique du Nord 9 juin 2016

Like Math93 on Facebook / Follow Math93 on Twitter



Remarque : dans la correction détaillée ici proposée, les questions des exercices sont presque intégralement réécrites pour faciliter la lecture et la compréhension du lecteur. Il est cependant exclu de faire cela lors de l'examen, le temps est précieux! Il est par contre nécessaire de numéroter avec soin vos questions et de souligner ou encadrer vos résultats. Pour plus de précisions et d'astuces, consultez la page dédiée de math93.com : présenter une copie, trucs et astuces.

Exercice 1. Frai/Faux

6 points

Affirmation 1 (Fausse)

La solution de l'équation $5x + 4 = 2x + 17$ est un nombre entier.

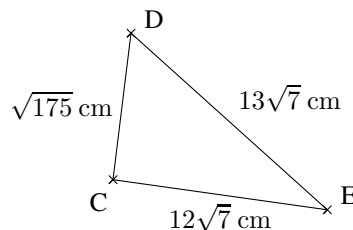
Preuve.

$$\begin{aligned}5x + 4 = 2x + 17 &\iff 5x - 2x = 17 - 4 \\ &\iff 3x = 13 \iff x = \frac{13}{3}\end{aligned}$$

Donc l'unique solution de l'équation est la rationnel $x = \frac{13}{3}$ qui n'est pas un nombre entier. L'affirmation 1 est fausse.

Affirmation 2 (Vraie)

Le triangle CDE est rectangle en C.



Preuve.

- On calcule les carrés des longueurs :

$$\begin{cases} DC^2 = (\sqrt{175})^2 = 175 \\ CE^2 = (12\sqrt{7})^2 = 12^2 \times 7 = 1\,008 \\ DE^2 = (13\sqrt{7})^2 = 13^2 \times 7 = 1\,183 \end{cases}$$

- Données.** Si le triangle CDE est rectangle, c'est en C car [DE] est le plus grand côté.
- Le test :**

$$\begin{cases} DE^2 &= 1\,183 \\ DC^2 + CE^2 &= 175 + 1\,008 = 1\,183 \end{cases}$$

- Conclusion.**

On a donc égalité, $DC^2 + CE^2 = DE^2$. De ce fait, d'après la *réci-proque du théorème de Pythagore*, le triangle CDE est rectangle en C. L'affirmation 2 est vraie.

**Affirmation 3 (Fausse)**

Affirmation 3 : Manu affirme que, sur ces étiquettes, le pourcentage de réduction sur la montre est supérieur à celui pratiqué sur la paire de lunettes.

Lunettes	Montre
45 €	56 €
31,50 €	42 €

Preuve.

- **Sur ses lunettes.**

La réduction est de : $45€ - 31,5€ = 13,5€$. Ce qui donne un pourcentage de réduction de :

$$\frac{45 - 31,5}{45} = 0,3 = \underline{30\%}$$

- **Sur sa montre.**

La réduction est de : $56€ - 42€ = 14€$. Ce qui donne un pourcentage de réduction de :

$$\frac{56 - 42}{56} = 0,25 = \underline{25\%}$$

- **Conclusion**

Le pourcentage de réduction sur la montre est inférieur à celui pratiqué sur la paire de lunettes. L'affirmation 3 est fausse.

Exercice 2. Probabilités**4 points**

1. Guilhem, en week-end dans une station de ski, se trouve tout en haut de la station. Il a en face de lui, deux pistes noires, deux pistes rouges et une piste bleue qui arrivent toutes à un restaurant d'altitude. Bon skieur, il emprunte une piste au hasard.

1. a. Quelle est la probabilité que la piste empruntée soit une piste rouge ?

On suppose être en condition d'équiprobabilité. Guilhem a cinq choix de pistes : $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ noires} \\ 2 \text{ rouges} \\ 1 \text{ bleue} \end{array} \right.$, et il y a deux pistes rouges parmi les cinq pistes au choix. La probabilité de prendre une piste rouge est donc :

$$p_1 = \frac{2}{5} = \underline{0,4}$$

1. b. À partir du restaurant, sept autres pistes mènent au bas de la station : trois pistes noires, une piste rouge, une piste bleue et deux pistes vertes. Quelle est la probabilité qu'il emprunte alors une piste bleue ?

On suppose encore être en condition d'équiprobabilité. Guilhem a maintenant sept choix de pistes : $\left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ noires} \\ 1 \text{ rouge} \\ 1 \text{ bleue} \\ 2 \text{ vertes} \end{array} \right.$, et il y a une piste bleue parmi les sept pistes au choix. La probabilité de prendre une piste bleue est donc :

$$p_2 = \frac{1}{7} \approx \underline{0,143}$$

**2. Guilhem effectue une nouvelle descente depuis le haut de la station jusqu'en bas dans les mêmes conditions que précédemment. Quelle est la probabilité qu'il enchaîne cette fois-ci deux pistes noires ?**

La probabilité qu'il enchaîne cette fois-ci deux pistes noires est le produit de la probabilité de prendre une piste noire pour se rendre au restaurant d'altitude, par la probabilité de prendre une piste noire depuis le restaurant.

- On a vu lors de la question (1.) que $p_1 = \frac{2}{5} = 0,4$.
- À partir du restaurant, il y a 3 noires sur les sept pistes au choix. La probabilité de prendre une noire est donc de $p_3 = \frac{3}{7}$.

La probabilité qu'il enchaîne deux pistes noires est donc de :

$$p = p_1 \times p_3 = \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{35} \approx \underline{0,171}$$

Exercice 3. tableur et Statistiques**5 points**

Une station de ski a relevé le nombre de forfaits « journée » vendus lors de la saison écoulée (de décembre à avril). Les résultats sont donnés ci-dessous dans la feuille de calcul d'un tableur.

	A	B	C	D	E	F	G
1	mois	décembre	janvier	février	mars	avril	total
2	nombre de forfaits journées vendus	60 457	60 457	148 901	100 058	10 035	$N = 379\,908$
3							

1.

1. a. Quel est le mois durant lequel la station a vendu le plus de forfaits « journée » ? Le mois durant lequel la station a vendu le plus de forfaits « journée » est le mois de février avec 148 901 forfaits.

1. b. Ninon dit que la station vend plus du tiers des forfaits durant le mois de février. A-t-elle raison ? Justifier.

Le total de de forfaits « journée » vendus est :

$$N = 60\,457 + 60\,457 + 148\,901 + 100\,058 + 10\,035 = 379\,908$$

Or le tiers du nombre total de de forfaits « journée » vendus est :

$$\frac{379\,908}{3} = 126\,636 < 148\,901$$

Ninon a raison, la station vend plus du tiers des forfaits durant le mois de février.

Pour être plus précis, on peut calculer ce que représente les 148 901 forfaits vendus en février par rapport au total :

$$\frac{148\,901}{379\,908} \approx 0,392 \text{ soit environ } 39,2\%$$

2. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule G2 pour obtenir le total des forfaits « journée » vendus durant la saison considérée ?

La formule à saisir dans la cellule G2 pour obtenir le total des forfaits « journée » vendus durant la saison considérée est :

$$= \text{SOMME}(B2 : F2) \quad \text{ou} \quad = B2 + C2 + D2 + E2 + F2$$

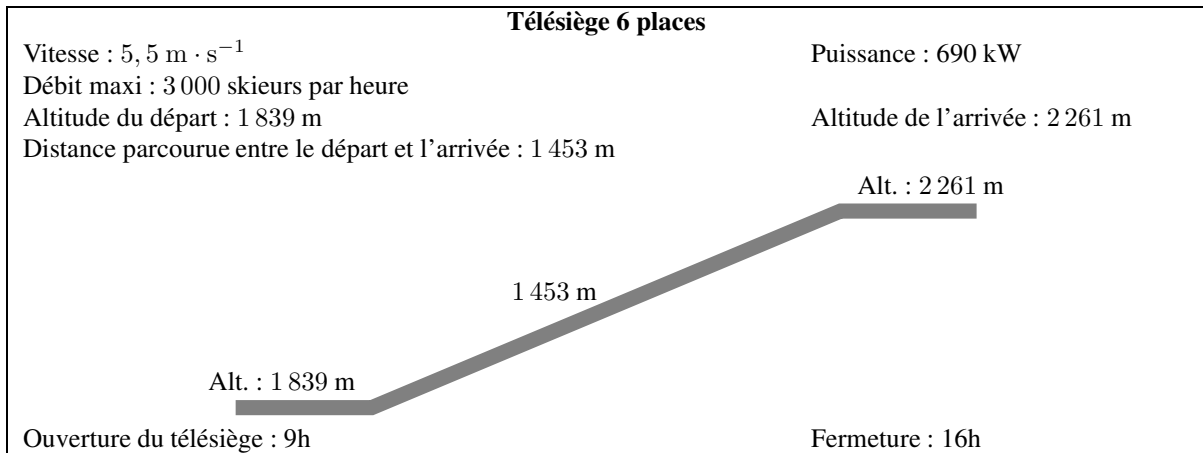
3. Calculer le nombre moyen de forfaits « journée » vendus par la station en un mois. On arrondira le résultat à l'unité.

Le nombre moyen de forfaits « journée » vendus par la station en un mois est le quotient du nombre total par le nombre de mois de la saison, soit par 5. On obtient donc, arrondi à l'unité :

$$m = \frac{N}{5} = \frac{379\,908}{5} \approx \underline{75\,982}$$

**Exercice 4.****4 points**

Sur un télésiège de la station de ski, on peut lire les informations suivantes :



1. Une journée de vacances d'hiver, ce télésiège fonctionne avec son débit maximum pendant toute sa durée d'ouverture. Combien de skieurs peuvent prendre ce télésiège ?

D'après les données, le télésiège fonctionne de 9h à 16h donc pendant 7h et son débit maximal est de 3 000 skieurs par heure. Il pourra donc prendre un maximum de :

$$7 \times 3\,000 = \underline{21\,000} \text{ skieurs}$$

2. Calculer la durée du trajet d'un skieur qui prend ce télésiège. On arrondira le résultat à la seconde, puis on l'exprimera en minutes et secondes.

Un skieur qui prend ce télésiège va parcourir à la vitesse de $5,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, une distance de 1 453 m.

Distance (en m)	5,5 m	1 453 m
Temps (en s)	1 s	?

La durée du trajet, exprimée en seconde sera donc de :

$$t = \frac{1\,453 \times 1}{5,5} \approx \underline{264 \text{ s}}$$

Résultat qui peut se convertir en minutes et secondes par une simple division euclidienne par 60 :

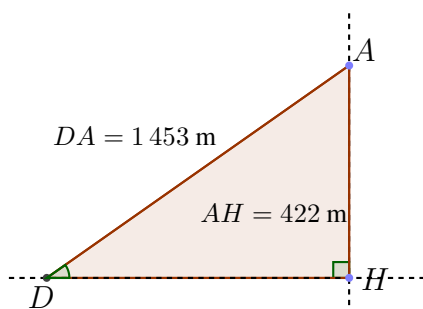
$$264 = 60 \times 4 + 24$$

La durée du trajet d'un skieur qui prend ce télésiège sera donc d'environ 264 secondes soit 4 minutes 24 secondes.

3. Calculer l'angle formé avec l'horizontale par le câble de ce télésiège. On arrondira le résultat au degré.

On peut schématiser le problème avec un triangle rectangle DHA, rectangle en H où D indique le départ du télésiège, A l'arrivée, et H l'intersection de la perpendiculaire au sol passant par A. La longueur AH se calcule simplement en faisant la différence de l'altitude de l'arrivée avec celle du départ soit :

$$AH = 2\,261 - 1\,939 = 422 \text{ m}$$



On a alors dans le triangle AHC rectangle en H :

$$\sin \widehat{HDA} = \frac{AH}{DA} = \frac{422}{1\,453}$$

La calculatrice donne alors

$$\widehat{HDA} = \arcsin \frac{422}{1\,453} \approx 17^\circ$$

**Exercice 5.****5 points**

Une station de ski propose deux tarifs de forfaits

Tarif 1 : le forfait « journée » à 40,50 € et Tarif 2 : Achat d'une carte club SKI sur Internet pour 31 € et donnant droit au forfait « journée » à 32 €.

1. Déterminer par le calcul :**1. a. Le tarif le plus intéressant pour Elliot qui compte skier deux journées.****• Avec le tarif 1.**

Le forfait 1 est le forfait « journée » à 40,50 € donc il va payer pour 2 journées :

$$p_1 = 2 \times 40,50 \text{ €} = \underline{81 \text{ €}}$$

• Avec le tarif 2.

Avec le forfait 2, il va payer la carte club de 31 euro plus 32 euros par jour soit :

$$p_2 = 31 + 2 \times 32 \text{ €} = \underline{95 \text{ €}}$$

Le tarif le plus intéressant pour Elliot qui compte skier deux journées est donc le tarif 1.

1. b. Le nombre de journées de ski à partir duquel le tarif 2 est plus intéressant. On nomme x le nombre de journées skiées.**• Avec le tarif 1.**

Le forfait 1 est le forfait « journée » à 40,50 € donc pour x journées :

$$p_1(x) = x \times 40,50 \text{ €} = \underline{40,5x \text{ €}}$$

• Avec le tarif 2.

Avec le forfait 2, il va payer la carte club de 31 euro plus 32 euros par jour soit :

$$p_2(x) = 31 + x \times 32 \text{ €} = \underline{31 + 32x \text{ €}}$$

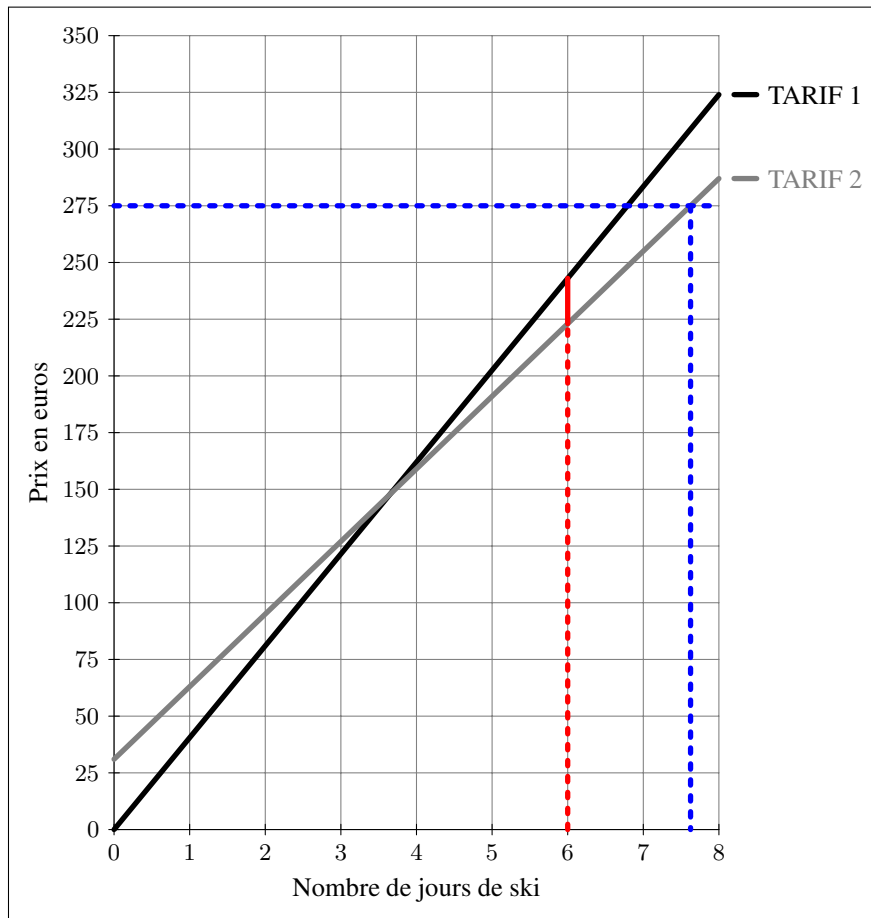
- On cherche le nombre de journées x de ski à partir duquel le tarif 2 est plus intéressant. Il nous faut donc résoudre l'inéquation en la variable x entière $p_2(x) < p_1(x)$:

$$\begin{aligned} p_2(x) < p_1(x) &\iff 31 + 32x < 40,5x \\ &\iff 31 < 40,5x - 32x \\ &\iff 31 < 8,5x \\ &\iff \frac{31}{8,5} < x \\ &\iff x > \frac{31}{8,5} \approx 3,65 \end{aligned}$$

Puisque x est un nombre entier, les solutions de l'inéquation sont les entiers supérieurs ou égaux à 4. Le nombre de journées de ski à partir duquel le tarif 2 est plus intéressant est donc de 4 jours.



2. Utiliser le graphique ci-dessous qui donne les prix en euros des forfaits en fonction du nombre de jours skiés pour les deux tarifs.



Déterminer par lecture graphique :

2. a. Le tarif pour lequel le prix payé est proportionnel au nombre de jours skiés. On justifiera la réponse.

- Le tarif 1 est représenté par une droite passant par l'origine du repère : le prix payé avec le tarif 1 est donc proportionnel au nombre de jours skiés.
Le prix payé avec le tarif 1 pour six jours de ski est environ de 243 euros et avec le tarif 2 d'environ 223 euros. La différence de tarif est donc de 20 euros.
- Le tarif 2 est représenté par une droite ne passant pas par l'origine du repère : le prix payé avec le tarif 2 n'est donc pas proportionnel au nombre de jours skiés.

2. b. Une estimation de la différence de prix entre les deux tarifs pour 6 jours de ski.

Le prix payé avec le tarif 1 pour six jours de ski est environ de 243 euros et avec le tarif 2 d'environ 223 euros. La différence de tarif est donc de 20 euros. On visualise l'écart en rouge sur le graphique.

2. c. Le nombre maximum de jours de ski que peut faire Elliot avec un budget de 275 €.

Avec 275 euros, Elliot peut skier sept jours en utilisant le tarif 2. On visualise la procédé de lecture d'antécédent en bleu sur le graphique.

Il lui reste de l'argent comme on peut aisément le calculer :

$$275 - (31 + 7 \times 32) = 20\text{€}$$



Exercice 6.

4 points

La suite de la correction est en cours de réalisation.