Corrigé du brevet Métropole Antilles–Guyane 26 juin 2023

Exercice 1 — 20 points

Un opticien vend différents modèles de lunettes de soleil.
Il reporte dans le tableur ci-dessous des informations sur cinq modèles vendus pendant l'année 2022.

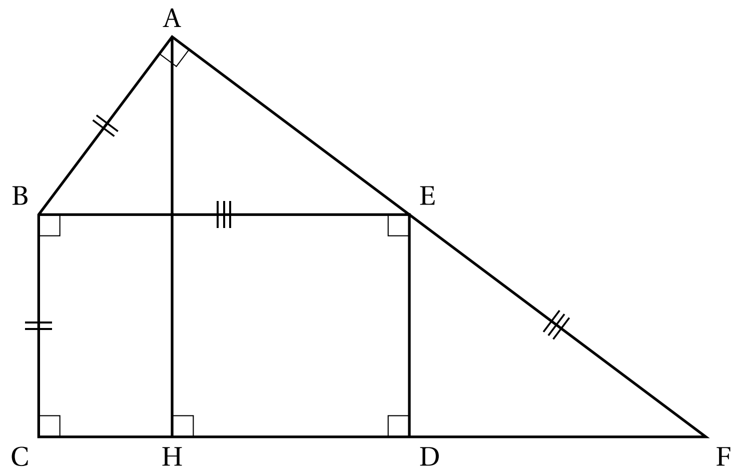
	A	B	C	D	E	F	G
1	**Lunettes de soleil**	**Modèle 1**	**Modèle 2**	**Modèle 3**	**Modèle 4**	**Modèle 5**	**Total**
2	**Nombre de paires de lunettes vendues**	1 200	950	875	250	300	
3	**Prix à l'unité en euro**	75	100	110	140	160	

1. On a $160 - 75 = 85$ (€).
2. **a.** Il faut écrire dans la cellule G2 : = SOMME(B2:F2).
   b. On a $1\,200 + 950 + 875 + 250 + 300 = 3\,575$.
3. **a.** La recette totale pour l'année 2022 est :
   $1\,200 \times 75 + 950 \times 100 + 875 \times 110 + 250 \times 140 + 300 \times 160 = 364\,250$ (€).
   b. Le prix moyen d'une paire de lunettes de soleil vendue en 2022 est égale à $\dfrac{364\,250}{3\,575} \approx 101,888$, soit 101,89 € au centime d'euro près.

Exercice 2 — 20 points

Sur la figure ci-dessous :

- BCDE est un rectangle, BAE est un triangle rectangle en A;
- la perpendiculaire à la droite (CD) passant par A coupe cette droite en H;
- les droites (AE) et (CD) se coupent en F.



On donne :

- $AB = BC = 4,2$ cm ;
- $EB = EF = 7$ cm.

1. On a $\mathscr{A}(BCDE) = BC \times EB = 4,2 \times 7 = 29,4$ (cm^2).

2. **a.** Le théorème de Pythagore appliqué au triangle ABE, rectangle en A s'écrit :
$BE^2 = AB^2 + AE^2$, d'où $AE^2 = BE^2 - AB^2 = 7^2 - 4,2^2 = 49 - 17,64 = 31,36$. On a donc $AE = \sqrt{31,36} = 5,6$ (cm).

Rem. $7^2 - 4,2^2 = (7+4,2)(7-4,2) = 11,2 \times 2,8 = 4 \times 2,8 \times 2,8 = 2^2 \times 2,8^2 = (2 \times 2,8)^2 = 5,6^2$. Donc AE est égale à 5,6 cm.

b. On a $\mathscr{A}(ABE) = \dfrac{AB \times AE}{2} = \dfrac{4,2 \times 5,6}{2} = 2,1 \times 5,6 = 11,76$ (cm^2).

3. **a.** Les droites (AH) et (ED) sont perpendiculaires à (FH) selon le codage, or lorsque deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles entre elles, on en conclue que (AH) et (ED) sont parallèles.

b. Les droites (AE) et (HD) sont sécantes en F et les droites (HA) et (ED) sont parallèles, donc d'après le théorème de Thalès :
$\dfrac{FE}{FA} = \dfrac{FD}{FH} = \dfrac{ED}{AH}$.
Comme $FA = FE + EA = 7 + 5,6 = 12,6$, on a en particulier :
$\dfrac{7}{2,6} = \dfrac{4,2}{AH}$; on en déduit que $7AH = 4,2 \times 12,6$ et enfin $AH = \dfrac{4,2 \times 12,6}{7} = 0,6 \times 12,6 = 7,56$ (cm).

Exercice 3 — 20 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

1. On a $25 \times \dfrac{60}{100} = 25 \times 0,6 = 15$. Réponse B.
2. $126 = 2 \times 63 = 2 \times 9 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$. Réponse C.
3. Il y a $17 + 23 = 40$ jetons rouges ou jaunes. la probabilité est donc égale à $\dfrac{40}{17+23+20} = \dfrac{40}{60} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$. Réponse A.
4. Chacun des angles au centre de l'octogone a une mesure égale à $\frac{360}{8} = 45°$. La rotation transformant A en D est donc une rotation de $3 \times 45 = 135°$dans le sens anti-horaire.
D a pour image G et C a pour image F, donc [DC] a pour image [GF]. Réponse B.
5. Le volume est égal à $2 \times 1,5 \times 1,3 = 3 \times 1,3 = 3,9$ (m^3), soit $3,9 \times 1\,000 = 3\,900$ L. Réponse B.

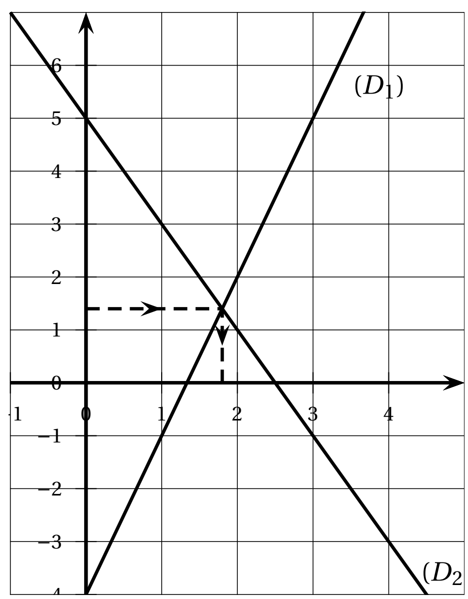
Exercice 4 — 20 points

On veut fabriquer un escalier en bois de hauteur 272 cm.
La figure ci-dessous représente une vue de profil de cet escalier.
La hauteur d'une marche est de 17 cm.
La profondeur d'une marche pour poser le pied mesure 27 cm.

1. **a.** Il faut compter $\dfrac{272}{17} = 16$ (marches).
   b. 16 marches d'une profondeur de 27 cm donne une longueur AB $= 16 \times 27 = 432$ (cm).
2. **a.** Dans le triangle ABC, rectangle en B, la définition de la tangente nous permet d'écrire : $\tan\widehat{\text{BAC}} = \dfrac{\text{BC}}{\text{AB}} = \dfrac{272}{432} \approx 0{,}6296$.
   La calculatrice donne alors $\widehat{\text{BAC}} \approx 32,2$, d'où : $\widehat{\text{BAC}} \approx 32°$ au degré près.
   b. Comme $25 < 32 < 40$ on peut prévoir une montée agréable.
3. 5 Répéter 16 fois
   6 Tourner de 90 degrés
   7 avancer de 17 pas
   8 tourner de 90 degrés
   9 avancer de 27 pas.

Exercice 5 **20 points**

1. **a.** On a successivement $-3 \longmapsto (-2) \times (-3) = 6 \longmapsto 6 + 5 = 11$.
   b. On a successivement $5,5 \longmapsto 5,5 - 5 = 0,5 \longmapsto 3 \times 0,5 = 1,5 \longmapsto 1,5 + 11 = 12,5$.
2. On a successivement $x \longmapsto x - 5 \longmapsto 3 \times (x - 5) = 3x - 15 \longmapsto 3x - 15 + 11 = 3x - 4$.
3. **a.** Ces deux droites sont les représentations graphiques de deux fonctions affines.
   Comme g a un coefficient directeur $+3 > 0$, la fonction est croissante : sa représentation est la droite (D_1).
   f a un coefficient directeur $-2 < 0$, la fonction est décroissante : sa représentation est la droite (D_2).
   b. Le nombre cherché est l'abscisse du point commun aux deux droites.
   Avec la précision du dessin on lit $x \approx 1,8$



4. Si x a la même image par f et par g, on a donc :
   $-2x + 5 = 3x - 4$, d'où $5 = 5x - 4$ et $9 = 5x$ ou $18 = 10x$ et enfin $x = 1,8$.
   Remarque : $f(1,8) = -3,6+5 = 1,4$ et $g(1,8) = 5,4-4 = 1,4$. Même antécédent et mêmes images par f et par g.