CORRIGÉ BREVET BLANC 2017

EXERCICE 1 [5 points]

1.a. $5 \times 7 + 1 = 35 + 1 = \mathbf{36}$

1.b. $36 = 6 \times 4$ donc 36 est bien un multiple de 4. *Léa a raison pour cet exemple*.

2.a En prenant 17 comme premier nombre, le programme donne un résultat de **324**.

2.b. Un nombre entier est un multiple de 4 lorsque le nombre formé par les deux derniers chiffres est un multiple de 4. Or, $24 = 6 \times 4$. Donc, *324 est bien un multiple de 4*.

2.c. Formule **1** $\boxed{\texttt{=(2*A3+1)*(2*A3+3)}}$ et Formule **3** $\boxed{\texttt{=B3*C3}}$.

3.a. $(2x + 1)(2x + 3) + 1 = 4x^2 + 6x + 2x + 3 + 1 = \boxed{\mathbf{4x^2 + 8x + 4}}$.

3.b. $(2x + 1)(2x + 3) + 1 = 4x^2 + 8x + 4 = 4 \times x^2 + 4 \times 2x + 4\times1 = \mathbf{4\times(x^2 + 2x + 1)}$.
x étant un entier naturel, $x^2 + 2x + 1$ est un entier naturel aussi.
Le résultat obtenu peut s'écrire sous la forme d'un produit d'un nombre entier naturel par 4 donc *c'est bien un multiple de 4*.

EXERCICE 2 [5,5 points]

1. $1\,860 = 2^2\times3\times5\times31$ et $1\,550 = 2\times5^2\times31$

2. **2, 5, 31, 10, 62, 155, 310** sont des diviseurs communs de 1 860 et 1 550 (un au choix).

3.a. Le chocolatier ne peut pas réaliser 50 colis car 50 n'est pas un diviseur commun de 1 860 et 1 550.

3.b. Pour trouver le nombre maximal de colis qu'il pourra réaliser, il faut déterminer le plus grand diviseur commun à 1 550 et 1 860 (comment partager de manière identique les 1 860 pralines et les 1 550 chocolats) : il pourra faire au maximum 310 colis.

3.c. $\begin{cases} 1\,860 : 310 = 6 \\ 1\,550 : 310 = 5 \end{cases}$ Dans chaque colis, il y aura ***6 pralines et 5 chocolats***.

EXERCICE 3 [5,5 points]

Question 1 : $420 - \dfrac{20}{100} \times 420 = 420 - 84 = 336$ euros ***(b)***.

Question 2 : $5x + 4 = 2x + 17 \Leftrightarrow 5x - 2x = 17 - 4 \Leftrightarrow 3x = 13 \Leftrightarrow \boxed{x = \dfrac{13}{3}}$ ***(c)***.

Question 3 : 1,5 To : 60 Go = $\dfrac{1{,}5 \times 10^{12} \text{ octets}}{60 \times 10^{9} \text{ octets}} = \dfrac{15 \times 10^{-1} \times 10^{12}}{6\times10^{1}\times10^{9}} = 2{,}5 \times 10^{-1+12-1-9} = 2{,}5\times10 = 25$. ***(a)***.

Question 4 : ABD est un triangle inscrit dans le cercle de diamètre [AB] donc ABD est un triangle rectangle en D et $AB = 2 \times AO = 2 \times 3 = 6$ cm.

$\sin \widehat{ABD} = \dfrac{AD}{AB}$ d'où $AD = AB \times \sin \widehat{ABD} = 6 \times \sin(30°) = 3$ cm ***(c)***.

EXERCICE 4 [8 points]

1. Dans le triangle JHK, on a : JK = 4 cm, JH = 3,2 cm et HK = 2,4 cm.
$JK^2 = 4^2 = 16$;$JH^2 + HK^2 = 3,2^2 + 2,4^2 = 10,24 + 5,76 = 16$.
On a $JK^2 = JK^2 + HK^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle en H et (JH) $\perp$ (HK).
Comme les points I, H et K d'une part, et les points J, H et L d'autre part, sont alignés, on en conclut que (IK) et (JH) sont perpendiculaires.

2. Les droites (IK) et (JH) sont perpendiculaires donc IJK est un triangle rectangle en H.
D'après le théorème de Pythagore, on a $IJ^2 = IH^2 + JH^2$.
$6,8^2 = 3,2^2 + IH^2$. D'où $IH^2 = 6,8^2 - 3,2^2 = 46,24 - 10,24 = 36$, et $IH = \sqrt{36} = \color{red}{6}$.
On a bien <u>**IH = 6 cm**</u>.

3. HJK est un triangle rectangle en H.

$\cos \widehat{HJK} = \frac{HJ}{JK} = \frac{3,2}{4} = 0,8$	$\sin \widehat{HJK} = \frac{HK}{JK} = \frac{2,4}{4} = 0,6$	$\tan \widehat{HJK} = \frac{HK}{HJ} = \frac{2,4}{3,2} = 0,75$
et $\widehat{HJK} = \arccos(0,8) \approx$ **37°**	et $\widehat{HJK} = \arcsin(0,6) \approx$ **37°**	et $\widehat{HJK} = \arctan(0,75) \approx$ **37°**

4. Les points I, H et K d'une part, et les points J, H et L d'autre part, sont <u>*alignés dans le même ordre*</u>.

$$\begin{cases} \frac{HJ}{HL} = \frac{3,2}{1,28} = 2,5 \\ \frac{HI}{HK} = \frac{6}{2,4} = 2,5 \end{cases}$$. On a $\mathbf{\frac{HJ}{HL} = \frac{HI}{HK}}$.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, <u>***les droites (IJ) et (KL) sont parallèles***</u>.

EXERCICE 5 [6,5 points]

Soit G_n l'événement " obtenir un ticket d'un montant de n €"

1.On considère qu'il y a équiprobabilité pour le choix d'un ticket.

1.a. $P(G_4) = \frac{83\,000}{750\,000} = \mathbf{\frac{83}{750}} \approx$ **0,11** ou **11 %**.

1.b. A : « obtenir un ticket gagnant » est l'événement contraire de G_0 : « obtenir un ticket d'un montant de gain de 0 € ».

$P(G) = 1 - P(0\text{ €}) = 1 - \frac{532\,173}{750\,000} = \frac{750\,000}{750\,000} - \frac{532\,173}{750\,000} = \mathbf{\frac{217\,827}{750\,000}} \approx$ **0,29** ou **29 %**.

1.c. Soit B l'événement « gagner une somme supérieure ou égale à 10 € ».

$P(B) = P(12\text{ € ou } 20\text{ € ou } 150\text{ € ou } 1\,000\text{ € ou } 15\,000\text{ €}) = \frac{5\,400 + 8\,150 + 400 + 15 + 2}{750\,000} = \frac{13\,967}{750\,000} \approx 0,018$ ou 1,8 %.

On a moins de 2% de chance d'obtenir un ticket dont le montant des gains est supérieur ou égal à 10 €.

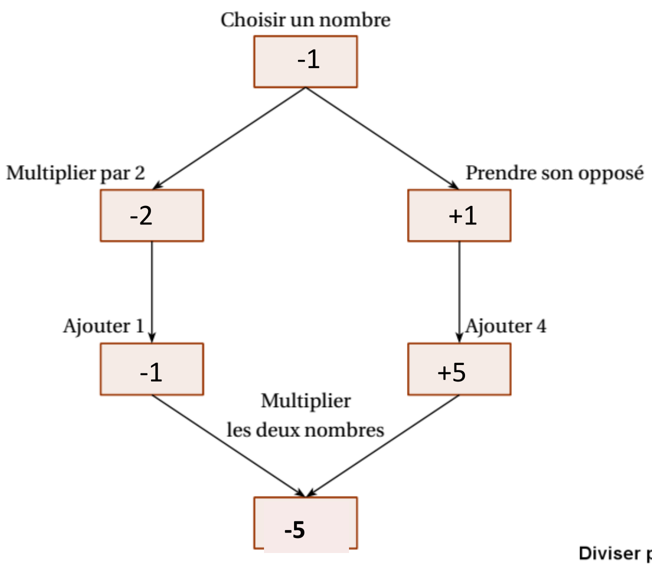
2. $750\,000 \times 2 =$ **1 500 000**.
Tom devrait avoir 1 500 000 € pour pouvoir acheter le lot complet de tickets.
<u>*Total des gains*</u> :
$100\,000 \times 2 + 83\,000 \times 4 + 20\,860 \times 6 + 5\,400 \times 12 + 8\,150 \times 20 + 400 \times 150 + 15 \times 1\,000 + 2 \times 15\,000$
= **989 960**.
Tom a tort. Les gains obtenus sont largement inférieurs à la somme dépensée pour acheter les tickets.

EXERCICE 6 [7,5 points]

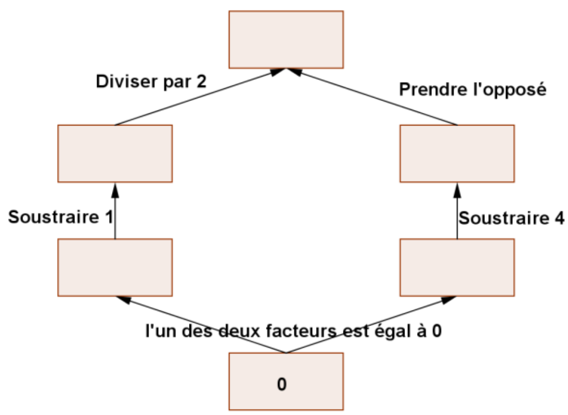
1. Joachim a marché sur la distance AB + BC.
   Les points B, O et C sont alignés donc BC = BO + OC = 40 + 60 = 100.
   AB + BC = 30 + 100 = **130 m**.
   Homer a marché sur la distance AO.
   ABO est un triangle rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on a :
   $OA^2 = OB^2 + BA^2 = 40^2 + 30^2 = 1\,600 + 900 = 2\,500$. D'où $OA = \sqrt{2\,500} =$ **50 m**.
   Joachim a nagé sur a distance CD et Homer sur la distance OD.
   Les triangles OAB et OCD sont en situation de Thalès car les droites (CD) et (AB) sont parallèles (car elles sont perpendiculaires à la même droite (BC)),et les droites (BC) et (AD) sont sécantes en O.
   D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{CD}$, d'où : $\frac{50}{OD} = \frac{40}{60} = \frac{30}{CD}$.
   $\frac{40}{60} = \frac{30}{CD}$ donc en utilisant les prodiuts en croix, on obtient $CD = \frac{60 \times 30}{40} = 1\,800/40 =$ **45 m**.
   $\frac{50}{OD} = \frac{40}{60}$ donc en utilisant les prodiuts en croix, on obtient $OD = \frac{60 \times 50}{40} = 3\,000/40 =$ **75 m**.

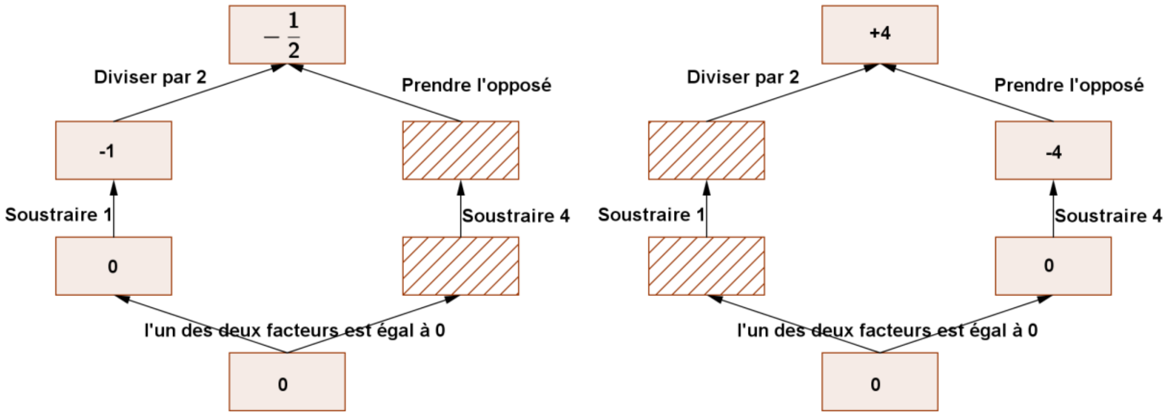
2. $\text{Temps} = \frac{\text{Distance}}{\text{Vitesse}}$. Temps de parcours = Temps de marche + Temps de Nage
   Temps mis par Joachim : $T_J = \frac{130}{100} + \frac{45}{50} = \frac{130}{100} + \frac{90}{100} = 220/100 =$ **2,2 minutes**
   Temps mis par Homer : $T_H = \frac{50}{200} + \frac{75}{40} = \frac{50}{200} + \frac{375}{200} = \frac{425}{200} =$ **2,125 minutes**.
   $T_J > T_H$ donc Homer atteindra l'autre rive avant Joachim.

EXERCICE 7 [6,5 points]

1. 

2. $(2x + 1)(-x+4)$
3. Si le produit obtenu est nul,
   c'est qu'au moins l'un des deux facteurs est nul.
   On peut « remonter » le programme :





Pour obtenir comme résultat 0, il faut prendre $\frac{-1}{2}$ ou 4.

4. Les nombres choisis vérifient l'équation $(2x + 1)(-x+4) = 4$.
   En développant, on obtient : $-2x^2 + 8x - x + 4 = 4$
   En réduisant, on obtient : $-2x^2 + 7x + 4 = 4$
   En retirant 4 dans les deux membres, on obtient : $-2x^2 + 7x = 0$. Nadine a raison.

   En factorisant par x, on obtient : $x(-2x + 7) = 0$.
   Un produit est nul si et seulement si au moins l'un des facteurs est nul.
   Donc soit $x =$ **0,** soit $-2x + 7 = 0$. En résolvant la 2ème équation, on trouve : $-2x = -7$ puis $x = \frac{7}{2} =$ **3,5**

EXERCICE 8 [5 points]

1. Calculons le prix des 2 formules pour un couple avec 2 enfants pendant 6 jours :
   Formule 1 : 187,50×2 + 162,50×2 = 375 + 325 = **700 €**.
   Formule 2 : 120 + 25×6×2 + 20×6×2 = 120 + 300 + 240 = **660 €**.
   Pour cette famille, il est plus intéressant de prendre la formule 2 pour l'achat des forfaits.
2. *Budget pour la location du studio du 20 au 27/02* : ***1 020 €.***
   Budget pour la location du matériel (2 adultes, 1 ski enfant, 1 snowboard enfant, pendant 6 jours : (17×2 + 10 + 19)×6 = 63×6 = ***378 €***.
   Budget pour les forfaits (avec formule 2): ***660 €***.
   Budget alimentaire : ***500 €***.
   Budget total : 1 020 + 378 + 660 + 500 = **2 558 €.**