CORRECTION DNB 2012 – MATHEMATIQUES

ACTIVITES NUMERIQUES

EXERCICE 1

1) Les 3 portes étant identiques, il y a équiprobabilité. La probabilité qu'Alice gagne la voiture est

$$p = \frac{\text{nombre portes gagnantes}}{\text{nombres total de portes}} = \boxed{\frac{1}{3}}. \text{ (b)}$$

2) Le nombre total de portes augmente mais pas le nombre de portes gagnantes, donc la probabilité de gagner ***diminue***. $p = \frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ (b)

EXERCICE 2

1) $\frac{10^5 + 1}{10^5} = (100\,000 + 1) \div 100\,000 = 100\,001 \div 100\,000 = \boxed{\mathbf{1,000\,01}}$
2) Antoine a raison : la calculatrice est limitée dans son affichage et propose un arrondi. Le 15ème chiffre de la partie décimale est 1.

EXERCICE 3

Le coureur parcourt 1 km en 4 minutes et 30 secondes, soit 4,5 min.
$42,195 \times 4,5 = 189,8775 < 190$. $190 = 3 \times 60 + 10$
Le coureur effectuera le marathon en moins de 190 minutes, soit 3 heures et 10 minutes. Il mettra donc moins de 3h30 à ce rythme.

EXERCICE 4

1) $(4\times \frac{3}{4} - 3)^2 - 9 = (3 - 3)^2 - 9 = 0 - 9 = -9 \neq 0$, donc $\frac{3}{4}$ n'est pas solution de l'équation.
   $(4\times 0 - 3)^2 - 9 = 3^2 - 9 = 9 - 9 = 0$, donc 0 est solution de l'équation.
2) Pour tout nombre $\boldsymbol{x}$, on a :
   $(4\boldsymbol{x} - 3)^2 - 9 = (4\boldsymbol{x} - 3)^2 - 3^2 = [(4\boldsymbol{x} - 3) + 3][(4\boldsymbol{x} - 3) - 3] = (4\boldsymbol{x} - 3 + 3)(4\boldsymbol{x} - 3 - 3) = 4\boldsymbol{x}(4\boldsymbol{x} - 6)$.
3) $(4\boldsymbol{x} - 3)^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow 4\boldsymbol{x}(4\boldsymbol{x} - 6) = 0$.
   Or, un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul :
   $4\boldsymbol{x} = 0$ ou $4\boldsymbol{x} - 6 = 0$

   $\boldsymbol{x} = \frac{0}{4} = 0$ $\quad$ $4\boldsymbol{x} - 6 + 6 = 0 + 6$

   $\boxed{\boldsymbol{x} = \mathbf{0}}$ $\quad$ $\frac{4\boldsymbol{x}}{4} = \frac{6}{4}$

   $\boxed{\boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}}$

   Les solutions de l'équation $(4\boldsymbol{x} - 3)^2 - 9 = 0$ sont 0 et $\frac{3}{2}$ (ou 1,5)

ACTIVITES GEOMETRIQUES

EXERCICE 1

1) a) Aire du carré ABCD : $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 = 40^2 = \boxed{1\,600 \text{ cm}^2}$.

   b) Aire du rectangle DEFG : $\mathcal{A}_{DEFG} = DE \times DG = (40 - 15)\times(40 + 25) = 25 \times 65 = \boxed{1\,625 \text{ cm}^2}$.

2) $\mathcal{A}_{ABCD} = \mathcal{A}_{DEFG} \Leftrightarrow AB^2 = (AB + 25)(AB - 15) \Leftrightarrow AB^2 = AB^2 - 15AB + 25AB - 25\times15$

   $\Leftrightarrow AB^2 - AB^2 = AB^2 + 10AB - 375 - AB^2 \Leftrightarrow 0 = 10AB - 375 \Leftrightarrow 10AB = 375 \Leftrightarrow AB = \dfrac{375}{10}$

   $\Leftrightarrow \boxed{AB = 37{,}5 \text{ cm}}$. Les deux aires sont égales lorsque [AB] mesure 37,5 cm.

EXERCICE 2

1) $V = \dfrac{\pi R^2 h}{3} = \dfrac{\pi\times2^2\times5}{3} = \dfrac{20}{3}\pi$ (valeur exacte) $\approx \boxed{21}$. Le volume du cône est de 21 cm^3, arrondi à l'unité.

2) B est au milieu du [OA] donc le petit cône est une réduction du grand cône de coefficient $k = \dfrac{1}{2}$.

   $\left(k = \dfrac{AB}{AO}\right)$.

   Or, on obtient le volume du petit cône en multipliant le volume du cône initiale par k^3, soit $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{8}$.

   Donc, le volume du petit cône est ***<u>8 fois plus petit</u>*** que celui du cône initial.

EXERCICE 3

- Le triangle ABC est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

  $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 300^2 + 400^2 = 90\,000 + 160\,000 = 250\,000$. D'où $BC = \sqrt{250\,000} = \boxed{500}$.

- Les triangles ABC et CDE sont en situation de Thalès car les droites (AB) et (DE) sont parallèles et les points A, C et E et B, C et D sont alignés.

  Donc, d'après le théorème de Thalès, on a :

  $\dfrac{CA}{CE} = \dfrac{CB}{CD} = \dfrac{AB}{ED}$, d'où : $\dfrac{400}{1\,000} = \dfrac{500}{CD} = \dfrac{300}{ED}$

  ➡ $\dfrac{400}{1\,000} = \dfrac{500}{CD}$: $CD = \dfrac{500 \times 1\,000}{400} = \boxed{1\,250}$.

  ➡ $\dfrac{400}{1\,000} = \dfrac{300}{ED}$: $DE = \dfrac{300 \times 1\,000}{400} = \boxed{750}$

Ainsi, [BC] mesure 500 m, [CD] mesure 1 250 m et [DE] mesure 750 m.

$AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1\,250 + 750 = \boxed{2\,800}$.

La taille réelle du parcours est de ***<u>2 800 m</u>***, ou ***<u>2,8 km</u>***.

PROBLEME

PARTIE I

1) De 9h35 à 10h35, il s'écoule 1h. L'avion atterrit 5 minutes avant 10h35, donc la durée du vol est de ***55 minutes***.

$$\begin{array}{r} 10\text{ h }30 \\ -\ \ 9\text{ h }35 \\ \hline \end{array} \quad \text{devient} \quad \begin{array}{r} 9\text{ h }90 \\ -\ 9\text{ h }35 \\ \hline 0\text{ h }55 \end{array} \qquad 1\text{ h} = 60\text{ min}$$

2) a) 1 113 – (152 + 143 + 164 + 189 + 157 + 163) = 1 113 – 968 = $\boxed{145}$.
   145 personnes ont emprunté ce vol le mercredi.
   b) $\frac{1\ 113}{7} = \boxed{159}$. En moyenne sur cette semaine, il y a eu 159 passagers par jour dans l'avion.
3) a) En I2 : "= SOMME(B2 : H2)"
   b) En J2 : "= I2/7"
4) $190 \times \frac{80}{100} = 152$.
   80 % de la capacité maximale de l'avion (190 places) correspond à 152 places, donc l'objectif est atteint avec 166 places occupées en moyenne.

   (*Autre méthode* : $\frac{166}{190} \times 100 \approx 87\ \% > 80\%$)

PARTIE II

1) $v = \frac{d}{t}$, donc $d = v \times t = 300\ 000 \times 0{,}000\ 3 = 90$.

Le signal parcourt 90 km en tout (ALLER RETOUR). L'avion est donc à ***45 km*** du radar (90 : 2 = 45)

2) Le triangle RAI est rectangle en I.
   $\sin \widehat{ARI} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ARI}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AI}{AR}$. D'où $\sin(5°) = \frac{AI}{45}$ et $AI = 45 \times \sin(5°) \approx \boxed{3{,}9}$.
   L'altitude de l'avion est de 3,9 km, arrondie à la centaine de mètre près.

PARTIE III

1) L'avion parcourt **450 m** 10 s après avoir touché le sol.
2) La distance parcourue au bout de 22 s et au bout de 26 s est la même parce que **l'avion est à l'arrêt**.
3) Il faut **20 s** à l'avion pour s'arrêter à partir du moment où les roues touchent le sol.

Les traits de construction ne sont pas demandés