DEVOIR COMMUN MATHEMATIQUES – CORRIGE

Exercice 1 :

***Affirmation 1* : VRAI** car Diviseurs de 12 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 Diviseurs de 18 : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18

Diviseurs communs de 12 et 18 : 1 ; 2 ; 3 ; 6. Diviseurs de 6 : 1 ; 2 ; 3 ; 6

***Affirmation 2* : FAUX** car 4 admet 3 diviseurs : 1 ; 2 et 4

***Affirmation 3* : FAUX** contre-exemple : 3 et 9 sont impairs et ont 1 ET 3 comme diviseurs communs.

***Affirmation 4* : FAUX** car 2 est un nombre premier et pair.

***Affirmation 5* : FAUX** contre-exemple : 9 est impair mais n'est pas premier (3 diviseurs)

***Affirmation 6* : VRAI** : si un nombre est multiple de 5 il finit par 0 ou 5. S'il est aussi multiple de 2 il ne peut finir que par 0, donc il est multiple de 10.

Exercice 2 :

On sait que le triangle ACE est rectangle **en C** (l'hypoténuse est [AE]), donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AE^2 = AC^2 + CE^2 \quad 56^2 = 34^2 + CE^2 \quad 3136 = 1156 + CE^2$

$CE^2 = 3136 - 1156 = 1980$ donc $CE = \sqrt{1980} \simeq 44{,}5cm$

La hauteur est bien entre 44 et 46 cm donc la hauteur du siège est adaptée, Jean-Michel peut profiter au maximum d'Ibiza !

Exercice 3 :

1) 6 120 = 612×10 = 153×4×2×5 = 17×9×2×2×2×5 = **2×2×2×3×3×5×17** = $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 17$.

5 712 = 1 428×4 = 357×4×2×2 = 119×3×2×2×2×2 = **2×2×2×2×3×7×17** = $2^4 \times 3 \times 7 \times 17$.

2) $\frac{5\,712}{6\,120} = \frac{2\times2\times2\times2\times3\times7\times17}{2\times2\times2\times3\times3\times5\times17} = \frac{2\times7}{3\times5} = \frac{\mathbf{14}}{\mathbf{15}}$

3) On peut déduire la question précédente que le plus grand diviseur commun à 5 712 et 6 120 est 2×2×2×3×17 = 408 donc on peut partager les bonbons en 408 sachets au maximum.

Comme 5 712 = 408×14 et 6 120 = 408×15, il y aura 14 bonbons au miel d'acacias et 15 bonbons au miel de garrigue dans chacun des 408 sachets.

Exercice 4 :

1) Les droites (BD) et (AC) sont perpendiculaires à la même droite (BK) donc elles sont parallèles entre elles.

Dans le triangle ABK, on sait que A appartient à [DK] et C appartient à [BK] tels que (DB) et (AC) soient parallèles donc, d'après le théorème de Thalès :

$\frac{KC}{KB} = \frac{KA}{KD} = \frac{AC}{BD}$ donc $\frac{120}{KB} = \frac{KA}{KD} = \frac{60}{112}$

Calcul de KB : $\frac{120}{KB} = \frac{60}{112}$ donc $KB = \frac{112\times120}{60} =$ ***224 m***. [BK] mesure donc 224 m.

2) Les points B, C et K sont alignés dans cet ordre donc BC = BK – KC = 224 – 120 = ***104 m***.

3) On sait que le triangle DHA est rectangle en H (hypoténuse : [AD]) donc, d'après le théorème de Pythagore, on a : $DA^2 = DH^2 + HA^2$

Or, DH = DB – HB = DB – AC = 112 – 60 = 52 m et HA = BC = 104 m.

Donc $DA^2 = 52^2 + 104^2 = 2\,704 + 10\,816 = 13\,520$, d'où $DA = \sqrt{13\,520} \approx$ ***116,28 m***.

La piste d'envol mesure environ 116,28 m.

Exercice 5 :
Le moulin est ouvert *5 jours par semaine*. Il produit donc 7,5 : 5 = **1,5 m³** par jour.
1,5 m³ = **1 500 000 cm³**.
1 500 000 ×0,000 8 = **1 200 kg** de farine chaque jour à répartir dans des sacs de 50 kg.
1 200 : 50 = ***24***. Le moulin a besoin de 24 sacs de farine par jour.

Exercice 6 :
1) Dans le triangle ZLK, on sait que R appartient à [ZL] et S appartient à [ZK] tels que (RS) et (LK) soient parallèles donc, d'après le théorème de Thalès, on a :
$\frac{ZR}{ZL} = \frac{ZS}{ZK} = \frac{RS}{LK}$ or ZK = ZS + SK = 8 + 5 = ***13 mm*** donc $\frac{8,9}{ZL} = \frac{8}{13} = \frac{RS}{LK}$
Calcul de ZL : $\frac{8,9}{ZL} = \frac{8}{13}$ donc ZL = $\frac{8,9\times13}{8}$ ≈ 14,5 mm. [ZL] mesure environ 14,5 mm.
Calcul de RL : Z, R et L sont alignés dans cet ordre donc RL = ZL – ZR ≈ 14,5 – 8,9 = **5,6**
Donc [RL] mesure environ 5,6 mm 7 **pts**

2) Les droites (RH) et (US) sont sécantes en Z et les points H, Z et R sont alignés ***dans le même ordre*** que les points U, Z et S.
On calcule les quotients $\frac{ZS}{ZU}$ et $\frac{ZR}{ZH}$ soit $\frac{8}{13}$ et $\frac{8,9}{14,4}$.
8×14,4 = 115,2 et 13×8,9 = 115,7. Les produits en croix sont différents donc $\mathbf{\frac{ZS}{ZU} \neq \frac{ZR}{ZH}}$.
Donc, d'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (RS) et (UH) ne sont pas parallèles.

Exercice 7 :
1) 3² = 9 9+3 = 12 12 x 2 = 24 24 – 6 = 18 18 : 2 = 9
Lorsqu'on choisit 3 en nombre de départ, on obtient 9.
10² = 100 100 + 3 = 103 103 x 2 = 206 206 – 6 = 200 200 : 2 = 100
Lorsqu'on choisit 10 en nombre de départ, on obtient 100.
2) a) 9² = 81 81 + 3 = 84 84 x 2 = 168 168 – 6 = 162 162 : 2 = 81. Bruno a donc raison.
b) Si le résultat est 36, on peut dire qu'Amélie a choisi le nombre 6 au départ.
3) On prend le nombre de départ et on le met au carré.
$(x^2 + 3) \times 2 = 2x^2 + 6$ $2x^2 + 6 - 6 = 2x^2$ $2x^2 : 2 = x^2$

Exercice 8 :
On recherche le plus petit multiple commun à 30 et 36.
30 = 5×6 = **2×3**×**5** et 36 = 6×6 = **2**×**2×3**×**3**. Le PPCM de 30 et 36 est 30×2×3 = 36×5 = **180**.
Jean-Michel et Olivier se reverront dans **180 jours** (soit à peu près 3 mois).

OU on liste les multiples : Jean-Michel repassera dans 36 jours, 72 jours, 108 jours, 144 jours, ***180 jours***
Olivier dans 30 jours, 60 jours, 90 jours, 120 jours, 150 jours, ***180 jours***.
Ils se reverront donc dans **180 jours**.

Exercice 9 : *erreur sur l'énoncé : les calculs fait avec une hauteur de 2,80 m ont été acceptées*.
Façade avant : $6,40 \times 2,50 - 2 \times 0,80 = 16 - 1,60 = \mathbf{14,4\ m^2}$
Façade arrière : $6,40 \times 2,50 - 2 \times 1,60 = 16 - 3,20 = \mathbf{12,80\ m^2}$
Façade droite : $5,20 \times 2,50 - 2 \times 1,60 = 13 - 3,20 = \mathbf{9,80\ m^2}$
Façade gauche identique à la façade droite donc **9,80 m²**
Plafond : $6,40 \times 5,20 = \mathbf{33,28\ m^2}$

Au total : $9,8 + 9,8 + 12,8 + 14,4 + 33,28 = \mathbf{80,08\ m^2}$ de surface à peindre.
Un pot contient de quoi faire 20 m², il lui faut donc **5 pots de peinture** (4 accepté) : 80,08 : 20 = 4,004