Math93.com
MathExams.fr

DNB - Brevet des Collèges 2015 Centres étrangers

15 Juin 2015
Correction

Like Math93 on Facebook / Follow Math93 on Twitter
/

Exercice 1. Lectures graphiques — 4 points

1. **Pour la journée $J1$, quelle est la puissance consommée à 7h ?**
Pour la journée $J1$, la puissance consommée à 7h est d'environ 68 100 MW.

2. **Pour la journée $J2$, à quelle(s) heures(s) de la journée a-t-on une puissance consommée de 54 500 MW ?**
Pour la journée $J2$, on a une puissance consommée de 54 500 MW à 3h et à environ 5,5h soit 5h 30min.

3. **A quel moment de la journée le passage à l'heure d'été permet-il le plus d'économie ?**
Pour répondre à cette question, on regarde sur le graphique où se situe l'écart les plus important entre les deux courbes.
Cet écart semble maximal vers 19,5h soit 19h 30min.

4. **Quelle puissance consommée a-t-on économisé à 19h30 ?**
La puissance consommée économisé à 19h30 correspond, en utilisant le résultat de la question **3.**, à l'écart le plus grand entre les deux courbes.
On peut lire que l'écart entre les courbes à 19h30 est d'environ 6 unités.
On peut facilement calculer la valeur d'un carreau sur l'axe des ordonnées :
$$\frac{54\,500-51\,100}{2}=\frac{3\,400}{2}=1\,700 \text{ MW}$$
Donc l'écart entre les courbes à 19h30 est de :
$$6\times 1\,700=10\,200 \text{ MW}$$
La puissance consommée économisé à 19h30 est d'environ 10 200 MW.

Exercice 2. QCM — 3 points

Question 1 (Réponse a)

1. Les solutions de l'équation $(4x+5)(x-3)=0$ sont :

a. $-\frac{5}{4}$ et 3 **b.** $\frac{5}{4}$ et -3 **c.** $-\frac{5}{4}$ et -3

On peut tester les valeurs ou résoudre cette équation.
L'équation $(4x+5)(x-3)=0$ est une équation produit donc par théorème :

Théorème 1

Un produit de facteurs est nul, si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

De ce fait :
$$\left|\begin{array}{l} 4x+5=0 \iff 4x=-5 \\ \qquad\qquad\iff x=-\frac{5}{4}\end{array}\right. \quad \text{ou} \quad \left| x-3=0 \iff x=3 \right.$$

Les solutions sont $-\frac{5}{4}$ et 3, la bonne réponse est 1a.

Question 2 (Réponse c)

2. $\dfrac{8 \times 10^3 \times 28 \times 10^{-2}}{14 \times 10^{-3}}$ est égal à

a. 16 000 **b.** $0,16$ **c.** $1,6 \times 10^5$

On a :

$$\begin{aligned}
\frac{8 \times 10^3 \times 28 \times 10^{-2}}{14 \times 10^{-3}} &= \frac{(8 \times 2 \times 14) \times \left(10^3 \times 10^{-2}\right)}{14 \times 10^{-3}} \\
&= \frac{(8 \times 2) \times \ 10^{3-2}}{10^{-3}} \\
&= 16 \times 10^{1-(-3)}
\end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{8 \times 10^3 \times 28 \times 10^{-2}}{14 \times 10^{-3}} = 16 \times 10^4 = 1,6 \times 10^5}$$

La bonne réponse est 2c.

Question 3 (Réponse b)

3. $\dfrac{\sqrt{32}}{2}$ est égal à

a. $\sqrt{16}$ **b.** $\sqrt{8}$ **c.** $2,8$

On a :

$$\frac{\sqrt{32}}{2} = \frac{\sqrt{4 \times 8}}{2} = \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{8}}{2} = \frac{2\sqrt{8}}{2}$$

$$\boxed{\frac{\sqrt{32}}{2} = \sqrt{8}}$$

Donc la bonne réponse est 3b.

Exercice 3. Probabilité 4 points

1. Quels sont les différents codes possibles ?
Il y a 3 choix pour la lettre (A, B ou C) et trois choix pour le chiffre (1, 2 ou 3).
Il y a donc $3 \times 3 = 9$ différents codes possibles qui sont :

$$\boxed{A1 - A2 - A3 - B1 - B2 - B3 - C1 - C2 - C3}$$

2. Aurélie compose au hasard le code A1.

2. a. Quelle probabilité a-t-elle d'obtenir le bon code ?
L'univers associé a cette expérience aléatoire est composé de l'ensemble des codes possibles. D'après la question **1.**, il contient 9 évènements élémentaires qui sont équiprobables. La probabilité d'obtenir l'évènement élémentaire A1 est donc de :

$$\boxed{p(A1) = \frac{1}{9} \approx 0,111}$$

2. b. En tapant le code A1, Aurélie s'est trompée à la fois de lettre et de chiffre. Elle change donc ses choix. Quelle probabilité a-t-elle de trouver le bon code à son deuxième essai ?
Lors de son deuxième essai, Aurélie n'a plus que 2 choix pour la lettre (B ou C) et deux choix pour le chiffre (2 ou 3).
Il y a donc $2 \times 2 = 4$ différents codes possibles. La probabilité de trouver le bon code à son deuxième essai est donc de :

$$\boxed{p_2 = \frac{1}{4} = 0,25}$$

2. c. Justifier que si lors de ce deuxième essai, Aurélie ne se trompe que de lettre, elle est sûre de pouvoir ouvrir la porte lors d'un troisième essai.

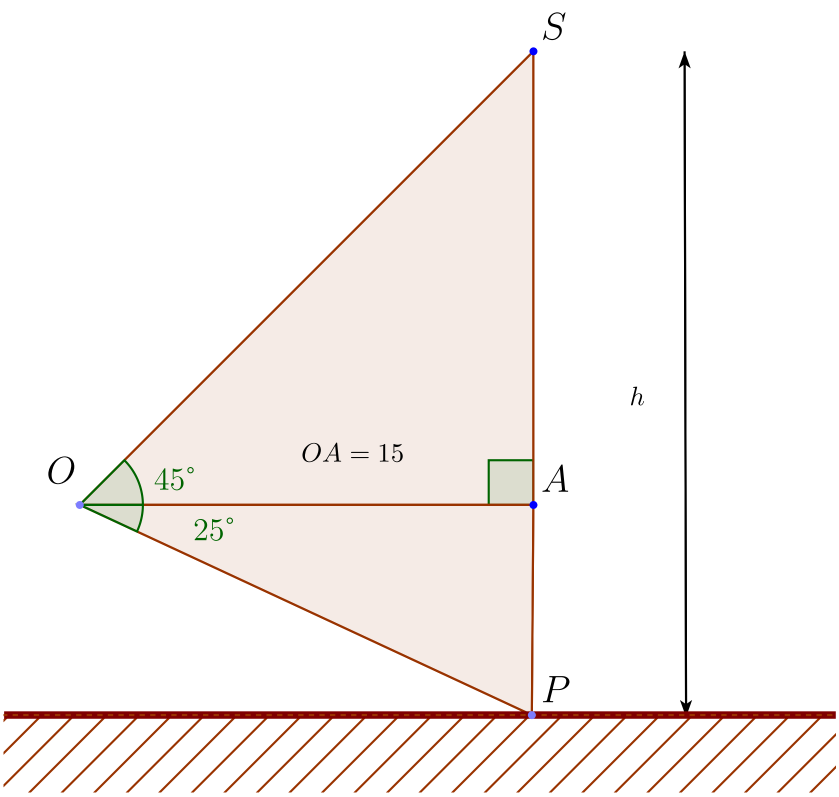
Si lors de ce deuxième essai, Aurélie ne se trompe que de lettre alors elle n'a plus que 1 choix pour la lettre (celle qu'elle n'a pas encore utilisée) et 1 choix pour le chiffre, celui qu'elle vient de taper.

Elle est donc certaine d'obtenir le bon code.

Exercice 4. Trigonométrie et statistiques — 8 points

1. Calculer la hauteur de l'arbre arrondie au mètre.

On peut modéliser la situation ainsi :



- Le triangle OAS est rectangle en A donc :

$$\tan \widehat{\text{SOA}} = \frac{SA}{OA} \quad \text{soit} \quad \tan 45° = \frac{SA}{15}$$

Et donc

$$\boxed{SA = 15 \tan 45° = 15 \text{ m}}$$

- Le triangle OAP est rectangle en A donc :

$$\tan \widehat{\text{POA}} = \frac{PA}{OA} \quad \text{soit} \quad \tan 25° = \frac{PA}{15}$$

Et donc

$$\boxed{PA = 15 \tan 25° \approx 7 \text{ m}}$$

On a donc la hauteur de l'arbre $h = PA + AS$:

$$\boxed{h = 15 + 15 \tan 25° \approx 22 \text{ m}}$$

2. Dans un second temps, ils effectuent une mesure de diamètre sur chaque arbre et répertorient toutes les données dans la feuille de calculs suivante :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Diamètre (cm)	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	Total
2	Effectif	2	4	8	9	10	12	14	15	11	4	3	$\boxed{92}$
3	Produit	60	140	320	405	500	660	840	975	770	300	240	5210

2. a. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule M pour obtenir le nombre total d'arbres ?

Il faut saisir la formule :

$$\boxed{= SOMME(B2 : L2)}$$

2. b. Calculer, en centimètre, le diamètre moyen de ce lot. On arrondira à l'unité.
On peut pour cela rajouter une ligne au tableau afin d'effectuer les produits correspondants. Le diamètre moyen est la moyenne des diamètres pondérés par les effectifs associés soit :

$$\boxed{\overline{m} = \frac{30 \times 2 + 35 \times 4 + \cdots + 80 \times 3}{92} = \frac{5\,210}{92} \approx 57 \text{ cm}}$$

3. Un lot est composé de 92 arbres de hauteur 22 m et de diamètre moyen 57 cm.
Sachant qu'un mètre cube de pin rapporte 70 euros, combien la vente de ce lot rapporte-t-elle ? Arrondir à l'euro.

- **Calcul du volume.**
  Le volume commercial d'un pin est donné par la formule :
  $$V = \frac{10}{24} \times D^2 \times h$$
  Donc ici, le volume commercial des 92 arbres de hauteur 22 m et de diamètre 0,57 m est :
  $$\boxed{V' = 92 \times V = 92 \times \frac{10}{24} \times 0,57^2 \times 22 = 273,999 \text{ m}^3}$$
- **Calcul de la somme en euro.**
  Un mètre cube de pin rapporte 70 euros donc ce lot va rapporter, arrondi à l'euro :
  $$\boxed{P = 273,999 \times 70€ \approx 19\,180€}$$

Exercice 5. Vrai/Faux — 6 points

Affirmation 1 (Fausse)

Un billet Paris - New York coûte 400 euros. la compagnie Air International propose une réduction de 20%. Le billet ne coûte plus que 380 euros.

Après une réduction de 20%, on ne va donc payer que 80% du prix initial du billet soit :

$$400 \times \frac{80}{100} = 4 \times 80 = 320€$$

Le billet ne coûte plus que 320 euros et donc L'affirmation 1 est fausse.

Affirmation 2 (Vraie)

f est la fonction affine définie par $f(x) = 4x - 2$. L'image de 2 par f est aussi le double de l'antécédent de 10.

- L'image de 2 par f est : $f(2) = 4 \times 2 - 2 = 6$;
- L'antécédent de 10 par f est le nombres x tel que $f(x) = 10$ soit :
  $$f(x) = 10 \iff 4x - 2 = 10 \iff 4x = 12 \iff x = 3$$
- Le double de l'antécédent de 10 est $2 \times 3 = 6$, qui est bien égal à l'image de 2. L'affirmation 2 est vraie.

Affirmation 3 (Fausse)

Les plateaux représentés par (AB) et (CD) pour la réalisation de cette desserte en bois sont parallèles.

- **Données.**
  Les points A, O, D et B, O, C sont alignés dans cet ordre sur deux droites sécantes en O.

©ISSN 2272-5318

- **Le test, avec mise au même dénominateur**.

$$\begin{cases} \dfrac{OB}{OC} = \dfrac{45}{60} = \dfrac{3}{4} = \dfrac{75}{100} \\ \dfrac{AB}{CD} = \dfrac{76}{100} \end{cases}$$

- **Conclusion**.
On n'a donc pas égalité, $\dfrac{OB}{OC} \neq \dfrac{AB}{CD}$. De ce fait, d'après la *contraposée du théorème de Thalès*, les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. L'affirmation 3 est fausse.

Exercice 6. Programme de calcul — 3,5 points

1. Montrer que si on choisit 3 comme nombre de départ, les deux programmes donnent 25 comme résultat.

Programme A

Étape 1	3
Étape 2	$3+2=5$
Étape 3	$5^2=25$
Résultat	25

Programme B

Étape 1	3
Étape 2	$3+4=7$
Étape 3	$7\times 3=21$
Étape 4	$21+4=25$
Résultat	25

2. Avec le programme A, quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0 ?
On va faire tourner le programme A avec x comme nombre de départ et résoudre une équation.

Programme A

Étape 1	x
Étape 2	$x+2$
Étape 3	$(x+2)^2$

Pour obtenir 0, il faut donc que $(x+2)^2=0$ soit :

$$(x+2)^2=0 \iff (x+2)=0 \iff x=-2$$

L'unique solution possible est alors $\boxed{x=-2}$

3. Ysah prétend que, pour n'importe quel nombre de départ, ces deux programmes donnent le même résultat. A-t-elle raison ?
On va faire tourner le programme B avec x comme nombre de départ.

Programme B

Étape 1	x
Étape 2	$x+4$
Étape 3	$(x+4)\times x$
Étape 4	$(x+4)\times x+4$

On va maintenant développer les deux résultats obtenus pour chacun des programmes :

- **Programme A** : $(x+2)^2=x^2+4x+4$;
- **Programme B** : $(x+4)\times x+4=x^2+4x+4$;

Les deux résultats sont bien identiques pour tout nombre x. Ysah a raison.

Exercice 7. Pyramide — 7,5 points

1. Calculer la surface au sol.

On va considérer que la surface au sol de la maison (à distinguer de la surface habitable), n'est constituée que de la surface du sol de la *partie principale*. On exclut les chambres et le grenier qui sont à l'étage.
Le sol de la *partie principale*, est un rectangle $EFGH$ de dimensions 12 m sur 9 m dont l'aire est :

$$\boxed{\mathcal{A} = (12 \times 9) = 108 \text{ m}^2}$$

2.

2. a. Calculer le volume $\mathcal{V}_1$ de la partie principale.

La partie principale est constituée d'un pavé droit ABCDEFGH, donc son volume $\mathcal{V}_1$ est :

$$\boxed{\mathcal{V}_1 = AB \times AD \times AE = 12 \times 9 \times 3 = 324 \text{ m}^3}$$

2. b. Calculer le volume des chambres.

- Pour calculer le volume des chambres, on va soustraire le volume de la pyramide réduite IRTSM à celui de la grande pyramide IABCD.
- Calcul du volume de la pyramide IABCD.
  La pyramide IABCD est de base, le rectangle ABCD d'aire $\mathcal{A}$ d'après la question **1.**, et de hauteur $IK_1 = 6,75$ m.

$$\mathcal{V}_{IABCD} = \frac{\mathcal{A}_{ABCD} \times IK_1}{3} = \frac{108 \text{ m}^2 \times 6,75 \text{ m}}{3} = \underline{243 \text{ m}^3}$$

- Calcul du volume de la pyramide IRTSM.
  La pyramide IRTSM est une réduction de la pyramide IABCD de rapport :

$$k = \frac{IK_2}{IK_1} = \frac{4,5}{6,75} = \frac{2}{3}$$

Les longueurs étant multipliées par ce rapport $k = \frac{2}{3}$, par théorème, les aires le sont par k^2 et les volumes par k^3 donc :

$$\mathcal{V}_{IRTSM} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \mathcal{V}_{IABCD} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 243 = \underline{72 \text{ m}^3}$$

- Volume $\mathcal{V}_2$ des chambres.
  On a donc :

$$\boxed{\mathcal{V}_2 = \mathcal{V}_{IABCD} - \mathcal{V}_{IRTSM} = 243 - 72 = 171 \text{ m}^3}$$

2. c. Montrer que le volume à chauffer est égal à 495 m^3.

Puisque les radiateurs seront installés dans toute la maison sauf au grenier, le volume $\mathcal{V}_3$ à chauffer à la somme des volumes de la partie principale et des chambres.

$$\boxed{\mathcal{V}_3 = \mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2 = 324 + 171 = 495 \text{ m}^3}$$

3. Un expert a estimé qu'il faut dans cette maison une puissance électrique de 925 Watts pour chauffer 25 mètres cubes. Le propriétaire décide d'acheter des radiateurs qui ont une puissance de 1 800 watts chacun et qui coûtent 349,90 euros pièces.
Combien va-t-il devoir dépenser pour l'achat des radiateurs.

- Calcul de la puissance nécessaire pour chauffer la maison.
  « *Il faut dans cette maison une puissance électrique de 925 Watts pour chauffer 25 mètres cubes* »

Volume (m^3)	$25 m^3$	$495\ m^3$
Puissance électrique	925 Watts	?

  Le calcul d'une *quatrième proportionnelle* par exemple nous donne directement la puissance électrique nécessaire pour chauffer les 495 m^3 du volume de la maison.

$$P = \frac{925 \times 495}{25} = \underline{18\,315 \text{ Watts}}$$

- Calcul du nombre de radiateurs.
  « *Le propriétaire décide d'acheter des radiateurs qui ont une puissance de 1 800 watts chacun* » .
  Par division euclidienne de la puissance électrique nécessaire par la puissance d'un radiateur on obtient :

$$18315 = 1800 \times 10 + 315$$

  Il faudra donc 11 radiateurs pour avoir la puissance nécessaire car 10 ne suffisent pas.
- Calcul du prix d'achat des radiateurs.
  Le radiateurs coûtent 349,90 euros pièces donc cela représente pour l'achat des 11 radiateurs une somme de :

$$\boxed{S = 11 \times 349,90€ = 3\,848{,}90€}$$

- Fin du devoir -