Correction du brevet blanc d'avril 2014

<u>Exercice 1</u> :

1.
$$A = \frac{7}{15} - \frac{2}{15} \times \frac{9}{4}$$
$$A = \frac{7}{15} - \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3}{\cancel{3} \times 5 \times \cancel{2} \times 2}$$
$$A = \frac{7}{15} - \frac{3}{10}$$
$$A = \frac{14}{30} - \frac{9}{30}$$
$$A = \frac{5}{30}$$
$$A = \frac{1}{6}$$

2.
$$B = 3\sqrt{50} - 5\sqrt{2}$$
$$B = 3\sqrt{25 \times 2} - 5\sqrt{2}$$
$$B = 3 \times \sqrt{25} \times \sqrt{2} - 5\sqrt{2}$$
$$B = (3 \times 5 - 5)\sqrt{2}$$
$$B = 10\sqrt{2}$$

<u>Exercice 2</u> :

1. Les nombres 4 114 et 7 650 sont pairs, ils sont donc divisibles par 2, on peut donc simplifier la fraction $\frac{4114}{7650}$ au minimum par 2.

2. On utilise l'algorithme d'Euclide pour calculer le PGCD de 4 114 et 7 650 :

$7650 = 4114 \times 1 + 3536$

$4114 = 3536 \times 1 + 578$

$3536 = 578 \times 6 + 68$ Le dernier reste non nul est 34. <u>Donc PGCD(4114,7650) = 34.</u>

$578 = 68 \times 8 + 34$

$68 = 34 \times 2 + 0$

3. On simplifie par le PGCD du numérateur et du dénominateur :

$\frac{4114}{7650} = \frac{4114 : 34}{7650 : 34} = \frac{121}{225}$ La fraction $\frac{121}{225}$ est irréductible.

4.
$$A = 5\sqrt{4114} - 4\sqrt{7650}$$
$$A = 5\sqrt{121 \times 34} - 4\sqrt{225 \times 34}$$
$$A = 5\sqrt{121} \times \sqrt{34} - 4 \times \sqrt{225} \times \sqrt{34}$$

A = (5 × 11 – 4 × 15)$\sqrt{34}$
A = (55 – 60)$\sqrt{34}$
A = -5$\sqrt{34}$

<u>Exercice 3</u> :

1. Les droites (DB) et (EA) sont sécantes en A. On compare les quotients $\frac{CB}{CD}$ et $\frac{CA}{CE}$:

$\frac{CB}{CD} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ et $\frac{CA}{CE} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

Comme $\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE}$, et que les points C,B, D et C, A, E sont dans le même ordre, d'après le théorème réciproque de Thalès , <u>les droites (AB) et (DE) sont parallèles.</u>

2. Dans le triangle DCE, le plus grand côté est [DE].
On a : $DE^2 = 25^2 = 625$ et $CD^2 + CE^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$.
Comme $DE^2 = CD^2 + CE^2$, d'après le théorème réciproque de Pythagore, le triangle CDE est rectangle en C.

3.Deux méthodes sont possibles :

Première méthode :

On sait que les droites (BD) et (AE) sont sécantes en C et que (AB) et (DE) sont parallèles (d'après la question 1.)

D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB}{DE}$ d'où $\frac{2}{5} = \frac{AB}{25}$.

On a donc $AB = \frac{25 \times 2}{5} = 10$.

[AB] mesure 10 cm.

Deuxième méthode :

On a prouvé que CDE est rectangle en C. Donc l'angle $\widehat{DCE}$, qui est le même que l'angle $\widehat{ACB}$, est droit.
Donc le triangle ABC est rectangle en C.
D'après le théorème de Pythagore, appliqué dans ACB rectangle en C, on a :

$$BA^2 = CB^2 + CA^2$$
$$BA^2 = 6^2 + 8^2$$
$$BA^2 = 36 + 64$$
$$BA^2 = 100$$

donc BA = 10.

[AB] mesure 10 cm.

Remarque : on trouve le même résultat, heureusement !

Exercice 4 :

Question 1 : réponse b).
Question 2 : réponse a).
Question 3 : réponse a).
Question 4 : réponse c).

Exercice 5 :

1/a.
$$M = \frac{6 \times 3 + 7 \times 4 + 9 \times 4 + 10 \times 2 + 11 \times 1 + 12 \times 3 + 14 \times 2 + 15 \times 4 + 16 \times 1 + 19 \times 2}{26}$$
$$M \approx 11{,}19$$

La moyenne de ce devoir est environ 11,19 (arrondi au centième).

b. Les élèves ayant eu une note supérieure ou égale à la moyenne de la classe sont ceux ayant eu 12, 14, 15, 16 ou 19, soit 12 élèves.

La fréquence est donc :
$$f = \frac{12}{26} \times 100$$
$$f \approx 46{,}15$$
.

46,15% des élèves ont eu une note supérieure ou égale à la moyenne (arrondi au centième).

2/ E = 19 – 6 = 13. L'étendue de cette série est 13.

3/ La série étant constituée de 26 notes, la médiane est la moyenne entre la treizième et la quatorzième note. <u>La médiane de cette série est 10,5.</u>

4/ Comme 26 : 4 = 6,5 et $\frac{3}{4} \times 26 = 19,5$

Le premier quartile est la **septième** valeur de la série et le troisième quartile est la **vingtième** valeur.
Le premier quartile de la série est 7 et le troisième quartile est 15.

<u>Exercice 6</u> :

1. $D = (x-3)^2 - 25$
   $D = x^2 - 6x + 9 - 25$
   $D = x^2 - 6x - 16$

2. $D = (x-3)^2 - 5^2$
   $D = [(x-3)-5][(x-3)+5]$
   $D = (x-3-5)(x-3+5)$
   $D = (x-8)(x+2)$

3. Pour $x = \sqrt{5}$
   $D = \left(\sqrt{5}\right)^2 - 6\sqrt{5} - 16$
   $D = 5 - 6\sqrt{5} - 16$
   $D = -11 - 6\sqrt{5}$

4. On utilise la forme factorisée de D pour résoudre D = 0 : $(x-8)(x+2) = 0$
On reconnaît une équation produit nul.
Or si A × B = 0, alors A = 0 ou B = 0.
Donc $x - 8 = 0$, $x = 8$ ou $x + 2 = 0$, $x = -2$. <u>Les solutions de l'équation sont -2 et 8.</u>

<u>Exercice 7</u> :

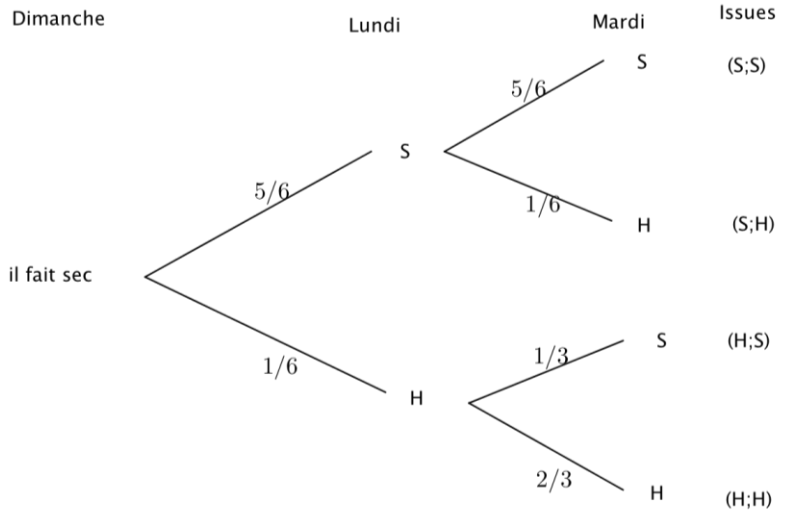
1) Avec la formule A, pour 7 séances, on paye une carte de 10 séances donc le coût est de165 €.
Avec la formule B, pour 7 séances, on paye la cotisation de 70 € puis le prix d'une carte de 10 séances, soit un total de 210 €.

2) a) Avec la formule A, le coût est de $165x$ euros.
b) Avec la formule B, le coût est de $70 + 140x$ euros.

c) $140x + 70 \leq 165x$
$70 \leq 165x - 140x$
$70 \leq 25x$
$\frac{70}{25} \leq x$
$\frac{14}{5} \leq x$

<u>Les solutions de l'inéquation sont les nombres supérieurs ou égaux à $\frac{14}{5}$.</u>

d) La formule B devient plus intéressante si $140x + 70 \leq 165x$.
On reconnaît l'inéquation de la question c).
Les solutions sont les nombres supérieurs ou égaux à 2,8. $\left(\frac{14}{5} = 2,8\right)$
Comme on achète un nombre entier de cartes, <u>la formule B devient plus intéressante à partir de 3 cartes achetées.</u>



<u>Exercice 8</u> :

b) $P(S;S)=\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{25}{36}$ La probabilité qu'il fasse sec lundi et mardi est $\frac{25}{36}$.

$P(H;S)=\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{18}$. La probabilité qu'il pleuve lundi et qu'il fasse sec mardi est $\frac{1}{18}$.

c) On note A l'événement « il fait sec mardi ».

Comme les événements (S ;S) et (H ;S) sont incompatibles, on a :

$P(A)=P(S;S)+P(H;S)$

$P(A)=\frac{25}{36}+\frac{1}{18}$

$P(A)=\frac{25}{36}+\frac{2}{36}$

$P(A)=\frac{27}{36}$

$P(A)=\frac{3}{4}$

La probabilité qu'il fasse sec mardi est $\frac{3}{4}$.

2) L'événement « il fait humide mardi » est l'événement contraire de A, noté $\overline{A}$.

Première méthode :

Comme les événements (S ;H) et (H ;H) sont incompatibles, on a :

$P(\overline{A})=P(S;H)+P(H;H)$

$P(\overline{A})=\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}$

$P(\overline{A})=\frac{5}{36}+\frac{2}{18}$

$P(\overline{A})=\frac{5}{36}+\frac{4}{36}$

$P(\overline{A})=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

Deuxième méthode :

$P(\overline{A})=1-P(A)$

$P(\overline{A})=1-\frac{3}{4}$

$P(\overline{A})=\frac{1}{4}$

Cette méthode est nettement plus rapide !

Il y a une chance sur quatre pour qu'il pleuve mardi.

Exercice 9 :

1) a) $11\times(2\times9)=11\times18=198$ $10^2+2=100+2=102$ Julie trouve 198 et Auriane 102.

b) Comme Auriane calcule le carré du deuxième nombre, celui-ci est 10.

Les trois nombres étant trois entiers consécutifs, le professeur a choisi les entiers 9, 10 et 11.

2) a) Si le professeur avait choisi 6 comme deuxième nombre, les trois nombres choisis seraient 5, 6 et 7.
Avec ces nombres, Julie calculerait $7 \times (2 \times 5)$ donc Julie trouverait 70.
Avec ces nombres, Auriane calculerait $6^2 + 2$ donc Auriane trouverait 38.
<u>Les résultats ne sont pas les mêmes, le professeur n'a pas choisi 6 comme deuxième nombre.</u>

b) Si le professeur avait choisi -7 comme deuxième nombre, les trois nombres seraient -8 ; -7 et -6.
Julie calculerait alors $-6 \times (2 \times (-8))$ et trouverait 96.
Auriane calculerait $(-7)^2 + 2$ et trouverait 51.
<u>Les résultats ne sont pas les mêmes, le professeur n'a pas choisi -7 comme deuxième nombre.</u>

c) On note n le deuxième nombre. Le premier nombre est n – 1 et le troisième est n + 1.
Le calcul de Julie est $(n + 1) \times (2 \times (n - 1))$ et celui d'Auriane est $n^2 + 2$.

La différence D est donc :

$$D = (n+1) \times 2(n-1) - (n^2 + 2)$$

$$D = 2(n-1)(n+1) - n^2 - 2$$

$$D = 2(n^2 - 1) - n^2 - 2$$

<u>On trouve l'expression de Solène. Celle-ci a donc raison</u>.

$$D = 2n^2 - 2 - n^2 - 2$$

$$D = n^2 - 4$$

<u>*Remarque*</u> : en résolvant l'équation $n^2 - 4 = 0$, on trouve le deuxième nombre choisi le professeur (donc 2 ou -2).