ACTIVITES NUMERIQUES	Correction	12 points

EXERCICE 1

1. $A = \left(\frac{5}{7} - \frac{11}{14}\right) \div \left(\frac{3}{4} - 1\right) = \left(\frac{5\times2}{7\times2} - \frac{11}{14}\right) \div \left(\frac{3}{4} - \frac{4}{4}\right) = \frac{10-11}{14} \div \frac{3-4}{4} = \frac{-1}{14} \div \frac{-1}{4} = \frac{-1}{14} \times \frac{4}{-1} = \frac{4}{14} = \boxed{\frac{2}{7}}$.

2. $B = \sqrt{50} + 3\times\sqrt{98} - \sqrt{200} = \sqrt{25\times2} + 3\times\sqrt{49\times2} - \sqrt{100\times2} = \sqrt{5^2\times2} + 3\times\sqrt{7^2\times2} - \sqrt{10^2\times2}$
$= \sqrt{5^2}\times\sqrt{2} + 3\times\sqrt{7^2}\times\sqrt{2} - \sqrt{10^2}\times\sqrt{2} = 5\times\sqrt{2} + 3\times7\times\sqrt{2} - 10\times\sqrt{2} = (5 + 21 - 10)\sqrt{2}$
$= \boxed{16\sqrt{2}}$.

EXERCICE 2

	Garçons	Filles	Total
Externe	**2**	3	**5**
Demi-pensionnaire	9	11	**20**
Total	**11**	**14**	25

1.
2. On choisit au hasard un élève de cette classe.
   a. Les issues sont équiprobables : P("fille") = $\frac{\textit{nombre de filles}}{\textit{nombre total d'élèves}} = \boxed{\frac{14}{25}}$.

   b. Les issues sont équiprobables : P("externe") = $\frac{\textit{nombre d'élèves externes}}{\textit{nombre total d'élèves}} = \frac{5}{25} = \boxed{\frac{1}{5}}$.

   c. L'ensemble de référence est maintenant celui des demi-pensionnaires.

   Donc : P("garçon") = $\frac{\textit{nombre de garçons}}{\textit{nombre d'élèves demi-pensionnaires}} = \boxed{\frac{9}{20}}$.

EXERCICE 3

$C = (2x + 3)^2 + (x - 5)(2x + 3)$.

1. $C = (2x + 3)^2 + (x - 5)(2x + 3) = (2x)^2 + 2\times2x\times3 + 3^2 + (x\times2x + x\times3 - 5\times2x - 5\times3)$
$= 4x^2 + 12x + 9 + 2x^2 + 3x - 10x - 15 = (4 + 2)x^2 + (12 + 3 - 10)x + (9 - 15) = \boxed{6x^2 + 5x - 15}$.

2. $C = \underline{(2x + 3)}^2 + (x - 5)\underline{(2x + 3)} = (2x + 3)[(2x + 3) + (x - 5)] = \boxed{(2x + 3)(3x - 2)}$.

3. $(2x + 3)(3x - 2) = 0$. Or, un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.
On résout les équations $2x + 3 = 0$ et $3x - 2 = 0$.

$$\begin{cases} 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow 2x + 3 - 3 = 0 - 3 \Leftrightarrow 2x = -3 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{-3}{2} \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{-3}{2} \text{ ou } -1{,}5} \\ 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 + 2 = 0 + 2 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}} \end{cases}.$$

Vérifications $\begin{cases} :(2\times\frac{-3}{2} + 3)(3\times\frac{-3}{2} - 2) = (-3 + 3)\left(\frac{-9}{2} - 2\right) = 0\times\frac{-3}{2} = 0 \\ (2\times\frac{2}{3} + 3)(3\times\frac{2}{3} - 2) = \left(\frac{4}{3} + 3\right)(2 - 2) = \left(\frac{4}{3} + 3\right)\times 0 = 0 \end{cases}.$

Les solutions de l'équation sont $\frac{-3}{2}$ et $\frac{2}{3}$.

4. Pour $x = 2$ (*forme factorisée*): $C = (2\times2 + 3)(3\times2 - 2) = (4 + 3)(6 - 2) = 7\times4 = \boxed{28}$.

EXERCICE 4 :

1) Pour 7 séances :

$\begin{cases} \text{Formule A : il faut acheter 1 carte de 10 séances, soit } \mathbf{165\ €} \\ \text{Formule B : il faut payer la cotisation annuelle et une carte de 10 séances, soit } 70 + 140 = \mathbf{210\ €} \end{cases}$

2) Soit x le nombre de cartes de 10 séances achetées.

a) Formule A : $\boxed{165x}$.

b) Formule B : $\boxed{140x + 70}$.

c) $140x + 70 \leq 165x$.

$140x + 70 - 140x \leq 165x - 140x$

$70 \leq 25x$

$\frac{70}{25} \leq \frac{25x}{25}$

D'où $\boxed{x \geq 2{,}8}$.

Les solutions de l'équation sont les nombres supérieurs ou égaux à 2,8.

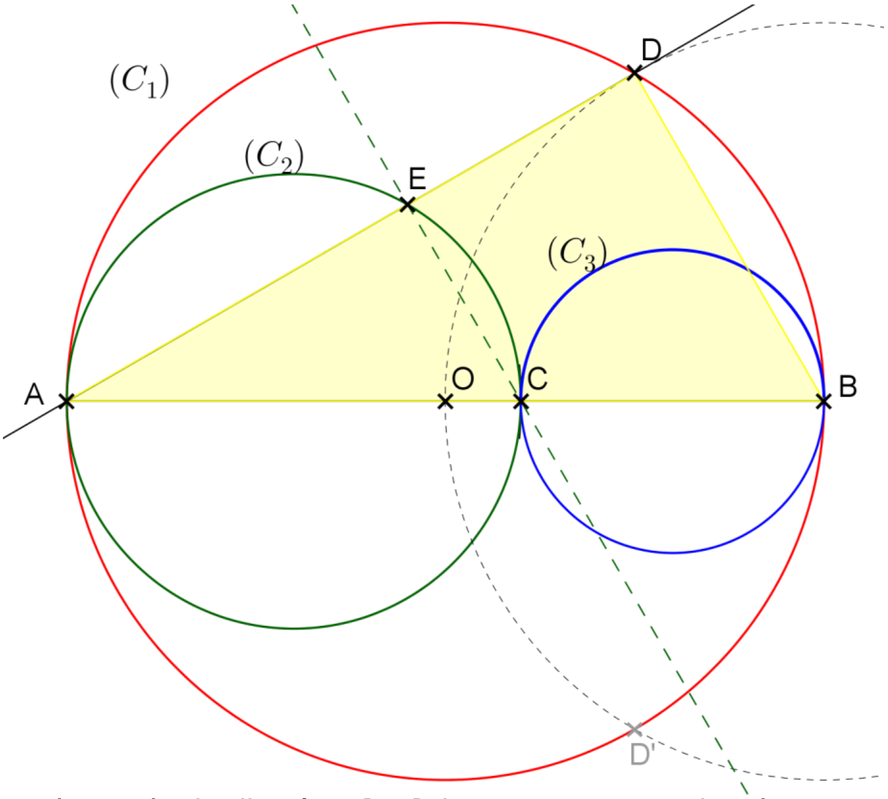
d) La formule B devient-elle avantageuse à partir de ***3 cartes*** de 10 séances.

(*le plus petit des entiers supérieurs à 2,8*)

ACTIVITES GEOMETRIQUES	12 points

EXERCICE 1

1.



2. Le point D est sur le cercle de diamètre [AB] donc ABD est un triangle rectangle en D.

3. Le point E est sur le cercle de diamètre [AC] donc AEC est un triangle rectangle en E.
   Les droites (CE) et (BD) sont perpendiculaires à (AD).
   Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
   Donc, ***<u>les droites (BD) et (CE) sont parallèles</u>***.
4. a) ABD est un triangle rectangle en D. D'après le théorème de Pythagore, on a:
   $AB^2 = AD^2 + DB^2$
   $10^2 = AD^2 + 5^2$
   $100 = AD^2 + 25$

   D'où $AD^2 = 100 – 25 = 75$, et $AD = \sqrt{75} = \sqrt{25\times3} = \sqrt{5^2\times3} = \sqrt{5^2}\times\sqrt{3} = \boxed{5\sqrt{3}}$.

   b) Les triangles AEO et ADB sont en situation de Thalès car (BC) et (DE) sont sécantes en A et (BD) et (CE) sont parallèles.

   Donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AE}{AD} = \frac{AC}{AB} = \frac{EC}{DB}$. D'où : $\frac{AE}{5\sqrt{3}} = \frac{6}{10} = \frac{EC}{DB}$.

   $AE = \frac{6\times5\sqrt{3}}{10} = \frac{30\sqrt{3}}{10} = \boxed{3\sqrt{3}}$. *[AE] mesure $3\sqrt{3}$ cm.*

EXERCICE 2

En utilisant le tableau ci-dessus, compléter le tableau suivant :

	Figure 1	Figure 2	Figure 3
Le triangle ABC est rectangle en A ?	☑ Oui ☐ Non	☐ Oui ☑ Non	☑ Oui ☐ Non
Lire le formulaire fourni en annexe à la fin du sujet et indiquer le numéro de la propriété permettant de prouver la solution :	**5**	**3**	**1**

EXERCICE 3

ABC est un triangle tel que AB = 4,2 cm; AC = 5,6 cm et BC = 7 cm.

1. [BC] est le côté le plus long du triangle ABC.

$$\begin{cases} BC^2 = 7^2 = \boxed{\mathbf{49}} \\ AB^2 + AC^2 = 4{,}2^2 + 5{,}6^2 = 17{,}64 + 31{,}36 = \boxed{\mathbf{49}} \end{cases}$$. On a bien $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

   D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en A.

2. $A_{ABC} = \dfrac{AB\times AC}{2} = \dfrac{4{,}2\times 5{,}6}{2} = \boxed{\mathbf{11{,}76}}$. ***L'aire du triangle ABC est de 11,76 cm².***

3. On sait que si R est le rayon du cercle circonscrit à un triangle dont les côtés ont pour longueurs $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ et $\boldsymbol{c}$ données en cm, l'aire de ce triangle est égale à $\dfrac{\boldsymbol{abc}}{4R}$.

   a. $A_{ABC} = \dfrac{AB\times AC\times BC}{4R}$. D'où $11{,}76 = \dfrac{4{,}2\times 5{,}6\times 7}{4R}$.

   $11{,}76 = \dfrac{164{,}64}{4R}$

   $11{,}76 = \dfrac{41{,}16}{R}$ $R = 41{,}16 \div 11{,}76 = \boxed{\mathbf{3{,}5}}$.

   Le rayon du cercle circonscrit à ABC est de 3,5 cm.

   b. Le centre du cercle circonscrit d'un triangle rectangle est situé au milieu de l'hypoténuse. Donc le rayon de ce cercle est égal à la moitié de la mesure de l'hypoténuse : R = 7 : 2 = **3,5**.

PROBLEME	**12 points**

Le directeur d'un théâtre sait qu'il reçoit environ 500 spectateurs quand le prix d'une place est de 20 €. Il a constaté que chaque réduction de 1 euro du prix d'une place attire 50 spectateurs de plus.
Toutes les parties sont indépendantes.

Partie 1

1. Compléter le tableau 1 suivant :

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
0	20	500	20×500 = 10 000
1	19	**550**	**19×550** = **10 450**
2	**18**	600	**18×600** = **10 800**
4	16	**700**	**16×700** = **11 200**

2. On appelle x le montant de la réduction (en €). Compléter le tableau 2 suivant :

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
x	**$20 - x$**	**$500 + 50x$**	**$(20 - x)(500 + 50x)$**

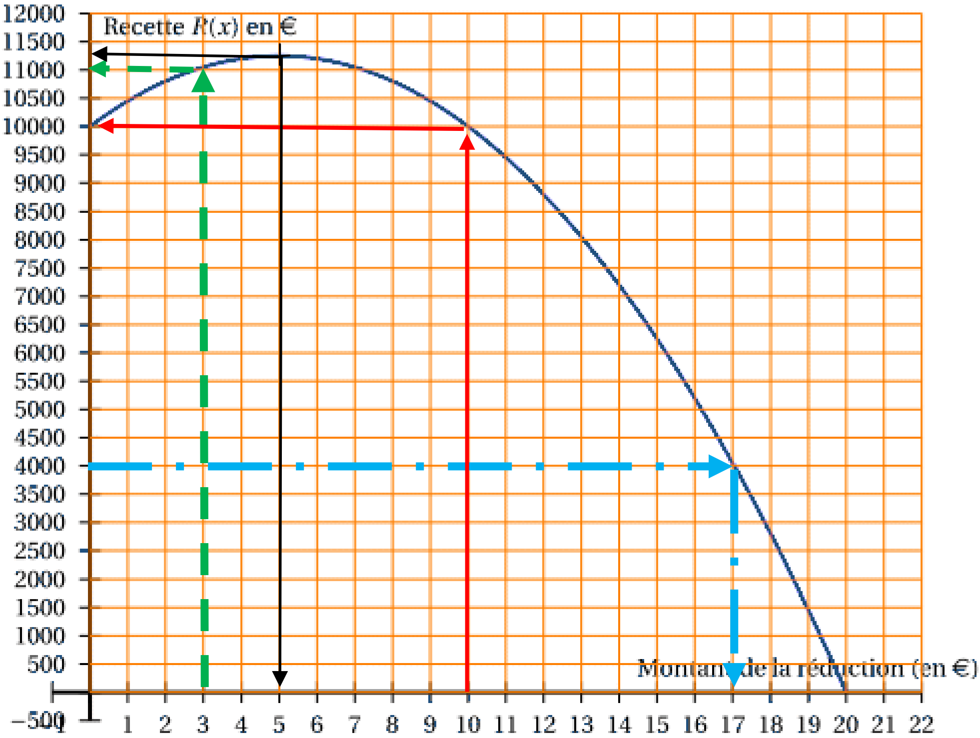
3. Développer l'expression de la recette obtenue à la question 2.

$(20 - x)(500 + 50x) = 20\times500 + 20\times50x - x\times500 - x\times50x = 10\,000 + 1\,000x - 500x - 50x^2$

$= \boxed{-50x^2 + 500x + 10\,000}$.

Partie 2

Le directeur de la salle souhaite déterminer le prix d'une place lui assurant la meilleure recette. Il utilise la fonction R donnant la recette (en €) en fonction du montant x de la réduction (en €).
Sa courbe représentative est donnée ci-dessous.



Par lecture graphique, répondre aux questions ci-dessous (on attend des valeurs approchées avec la précision permise par le graphique et ***<u>on fera apparaître sur le graphique les tracés nécessaires</u>*** à la lecture) :

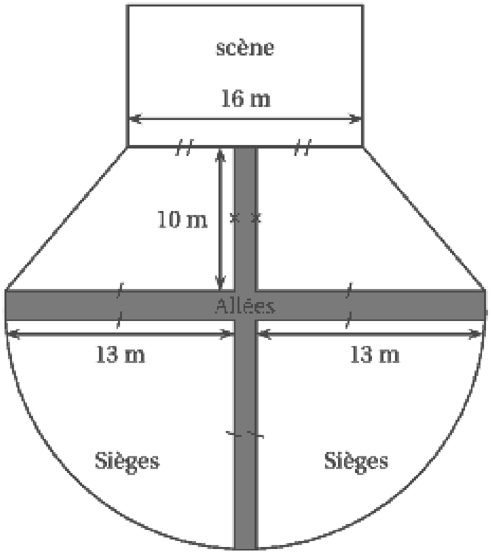
1. Recette pour une réduction de 3 € : **11 000 €**

2. Montant de la réduction pour une recette de 4 000 € : **17 €**. Prix d'une place : 20 – 17 = **3€**

3. Quelle est l'image de 10 par la fonction *R* : **10 000 €**
Interprétation : Pour une réduction de 10 € (prix d'une place à 10 €), la recette est de 10 000 €.

4. Recette maximale : **11 250 €** Prix de la place : 20 – 5 = **15 €**

Partie 3



Aire d'un trapèze :
petite base = *(16 – 2)÷2 = 14 ÷ 2 =* $\boxed{7\ m}$
grande base = 13 m.
hauteur = 10 m.
Aire = $\frac{(7+13)\times 10}{2} = \frac{200}{2} = \boxed{100\ \text{m}^2}$.
Aire d'un quart de disque :
Rayon = 13 m
Aire = $\pi\times 13^2 \div 4 = \boxed{42{,}25\pi\ \text{m}^2}$

Aire totale : $2\times 100 + 2\times 42{,}25\pi = 200 + 84{,}5\pi \approx 465{,}5$ m².
Nombre de places possibles : 465,5 × 1,8 ≈ 837,8. Le théâtre dispose de 837 places.