

BREVET BLANC

Avril 2012

Epreuve de Mathématiques

Durée : 2 heures

L'emploi des calculatrices est autorisé.

En plus des points prévus pour chacune des trois parties de l'épreuve, la présentation, la rédaction et l'orthographe seront évaluées.

Le candidat traitera obligatoirement l'ensemble des exercices sur les copies mises à sa disposition et rendra le sujet avec ses copies.

EXERCICE 1

Pour les questions suivantes, écrire les différentes étapes de calcul.

On pose : $A = \left(\frac{5}{7} - \frac{11}{14}\right) \div \left(\frac{3}{4} - 1\right)$; $B = \sqrt{50} + 3x\sqrt{98} - \sqrt{200}$

1. Calculer A et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2. Écrire B sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un entier.

EXERCICE 2

Une classe de 3^{ème} est constituée de 25 élèves.
 Certains sont externes, les autres sont demi-pensionnaires.
 Le tableau ci-dessous donne la composition de la classe :

	Garçons	Filles	Total
Externe	...	3	...
Demi-pensionnaire	9	11	...
Total	25

1. Compléter le tableau.
2. On choisit au hasard un élève de cette classe.
 - a. Quelle est la probabilité que cet élève soit une fille ?
 - b. Quelle est la probabilité que cet élève soit externe ?
 - c. Si cet élève est demi-pensionnaire, quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?

EXERCICE 3

$C = (2x + 3)^2 + (x - 5)(2x + 3).$

1. Développer et réduire C.
2. Factoriser C.
3. Résoudre l'équation $(2x + 3)(3x - 2) = 0.$
4. Calculer C pour $x = 2.$

EXERCICE 4 :

Les parents de Charlotte souhaitent l'inscrire dans le club d'équitation le plus proche de chez eux. Le club leur propose deux formules différentes :

- Formule A : 165 € par carte de 10 séances.
- Formule B : Paiement d'une cotisation annuelle de 70 € plus 140 € par carte de 10 séances.

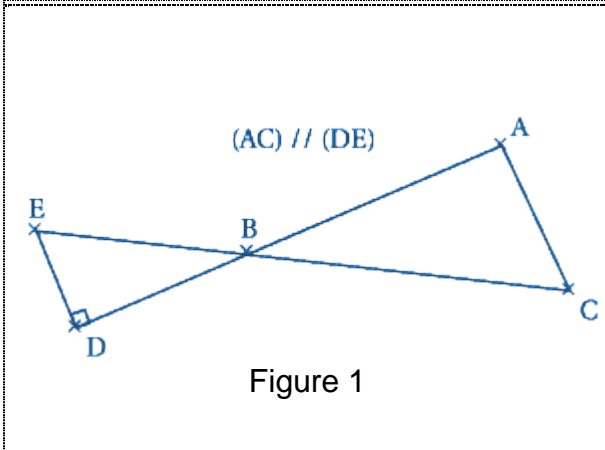
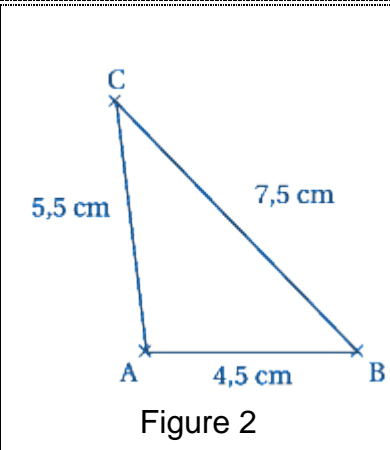
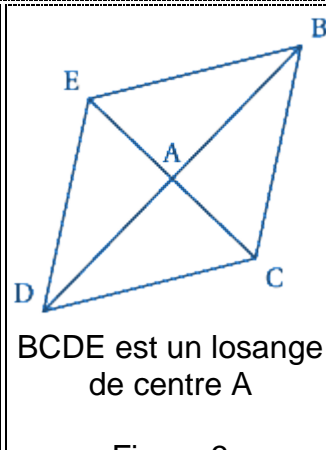
- 1) Vérifier que le coût pour 7 séances est de 165 € pour la formule A et 210 € pour la formule B.
- 2) Soit x le nombre de cartes de 10 séances achetées.
 - a) Exprimer en fonction de x le coût pour la famille si elle choisit la formule A.
 - b) Exprimer en fonction de x le coût pour la famille si elle choisit la formule B.
 - c) Résoudre l'inéquation suivante : $140x + 70 \leq 165x.$
 - d) À partir de combien de cartes achetées, la formule B devient-elle avantageuse ?

EXERCICE 1

L'unité de longueur est le cm.

1. Tracer le cercle (\mathcal{C}_1) de centre O et de diamètre [AB] tel que $AB = 10$.
Placer le point C sur [AB] tel que $AC = 6$.
Tracer le cercle (\mathcal{C}_2) de diamètre [AC] et le cercle (\mathcal{C}_3) de diamètre [BC].
Placer un point D sur le cercle (\mathcal{C}_1) tel que $BD = 5$. La droite (AD) coupe (\mathcal{C}_2) en E.
2. Démontrer que ADB est un triangle rectangle.
3. Démontrer que les droites (BD) et (CE) sont parallèles.
4. a) Montrer que $AD = 5\sqrt{3}$.
b) Calculer AE. On donnera la valeur exacte du résultat sous la forme la plus simplifiée.

EXERCICE 2

 <p>Figure 1</p>	 <p>Figure 2</p>	 <p>Figure 3</p>
--	---	--

En utilisant le tableau ci-dessus, compléter le tableau suivant :

	Figure 1	Figure 2	Figure 3
Le triangle ABC est rectangle en A ?	<input type="checkbox"/> Oui <input type="checkbox"/> Non	<input type="checkbox"/> Oui <input type="checkbox"/> Non	<input type="checkbox"/> Oui <input type="checkbox"/> Non
Lire le formulaire fourni en annexe à la fin du sujet et indiquer le numéro de la propriété permettant de prouver la solution :			

EXERCICE 3

ABC est un triangle tel que $AB = 4,2$ cm; $AC = 5,6$ cm et $BC = 7$ cm.

1. Démontrer que ABC est un triangle rectangle.
2. Calculer son aire.
3. On sait que si R est le rayon du cercle circonscrit à un triangle dont les côtés ont pour longueurs a , b et c données en cm, l'aire de ce triangle est égale à $\frac{abc}{4R}$.
 - a. En utilisant cette formule, calculer le rayon du cercle circonscrit à ABC.
 - b. Pouvait-on prévoir ce résultat? Justifier la réponse.

Le directeur d'un théâtre sait qu'il reçoit environ 500 spectateurs quand le prix d'une place est de 20 €.

Il a constaté que chaque réduction de 1 euro du prix d'une place attire 50 spectateurs de plus.

Toutes les parties sont indépendantes.

Partie 1

1. Compléter le tableau 1 suivant :

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
0	20	500	$20 \times 500 = 10\,000$
1	19 = ...
...	...	600	... = ...
...	16 = ...

2. On appelle x le montant de la réduction (en €). Compléter le tableau 2 suivant :

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
x

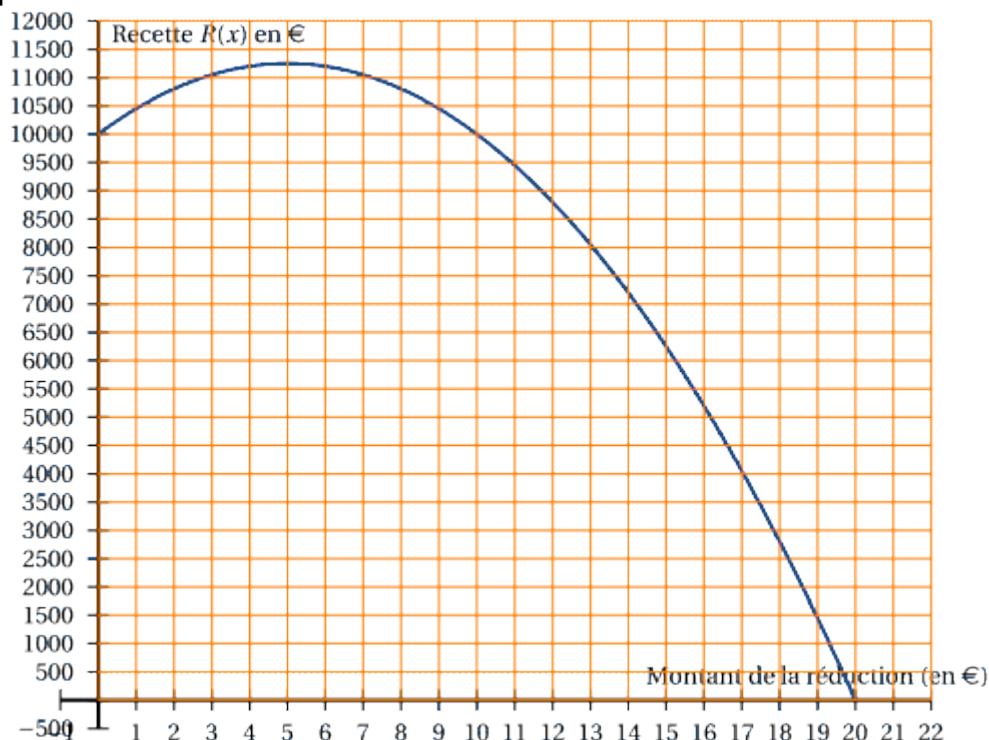
3. Développer l'expression de la recette obtenue à la question 2.

Partie 2

Le directeur de la salle souhaite déterminer le prix d'une place lui assurant la meilleure recette.

Il utilise la fonction R donnant la recette (en €) en fonction du montant x de la réduction (en €).

Sa courbe représentative est donnée ci-dessous.



Par lecture graphique, répondre aux questions ci-dessous (on attend des valeurs approchées avec la précision permise par le graphique et on fera apparaître sur le graphique les tracés nécessaires à la lecture) :

1. Quelle est la recette pour une réduction de 3 € ?
2. Quel est le montant de la réduction pour une recette de 4 000 € ? Quel est alors le prix d'une place ?
3. Quelle est l'image de 10 par la fonction R ? Interpréter ce résultat pour le problème.
4. Quelle est la recette maximale ? Quel est alors le prix de la place ?

Partie 3

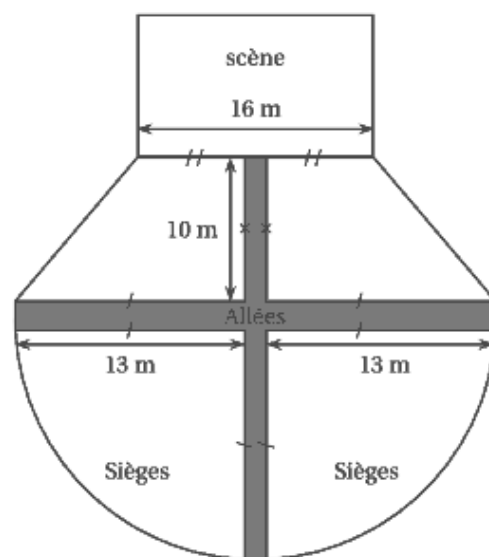
Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

La salle de spectacle a la forme ci-contre :

Les sièges sont disposés dans quatre zones : deux quarts de disques et deux trapèzes, séparées par des allées ayant une largeur de 2 m.

On peut placer en moyenne 1,8 sièges par m^2 dans la zone des sièges.

Calculer le nombre de places disponibles dans ce théâtre.



ANNEXE

Formulaire :

1. Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires.
2. Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
3. Si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle n'est pas rectangle.
4. Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à 180° .
5. Si deux droites sont parallèles et si une troisième est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
6. Si un quadrilatère non croisé a ses quatre côtés de même longueur, alors c'est un losange.
7. Un trapèze est un quadrilatère dont deux de ses côtés sont parallèles ; les bases.
Pour obtenir l'aire d'un trapèze (non croisé), on multiplie la moyenne de ses bases par sa hauteur.
8. Si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des autres côtés, alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est l'angle opposé au plus grand côté.
9. L'aire d'un disque de rayon R est donnée par la formule : $\pi \times R^2$