Activités numériques 13 pts

Exercice 1 3 pts

1. A = $\frac{7}{15} - \frac{2}{15} \times \frac{9}{4}$

$= \frac{7}{15} - \frac{\cancel{2} \times 9}{15 \times \cancel{2} \times 2}$

$= \frac{7}{15} - \frac{9}{30}$

$= \frac{14}{30} - \frac{9}{30}$

$= \frac{14-9}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

$\boxed{A = \frac{1}{6}}$

2. a/ B = $\frac{4 \times 10^{18} \times 12 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{11}}$

$= \frac{4 \times \cancel{2} \times 6}{\cancel{2}} \times \frac{10^{18} \times 10^{-2}}{10^{11}}$

$= 24 \times 10^{18-2-11}$

B $= 24 \times 10^{5}$

$\boxed{\mathbf{B = 24 \times 10^{5} \text{ ou } 2\,400\,000}}$

b/ B = 24×10^{5}

$= 2{,}4 \times 10^{1} \times 10^{5}$

$= 2{,}4 \times 10^{5+1}$

$\boxed{B = 2{,}4 \times 10^{6} \quad \text{écriture scientifique}}$

Exercice 2 4 pts

1. Soit n le nombre de sachets. n est un nombre entier.

Les sachets étant identiques, n divise le nombre total de chocolats et le nombre total de caramels utilisés.

Donc n est un diviseur commun de 301 et 172.

On veut la **plus grande valeur** de n, donc **n = pgcd (301 ; 172)**

- Calcul par l'algorithme d'Euclide :

301 = 1 × 172 + 129

172 = 1 × 129 + 43

129 = 3 × 43 + 0, le reste de la division euclidienne étant nul, le pgcd est le dernier diviseur.

Donc pgcd (301 ; 172) = $\boxed{\mathbf{43}}$

Conclusion : Le nombre maximal de sachets réalisables est **43**.

2. Le nombre de sachet est 43, il y a 301 caramels et 172 chocolats.

Donc :

- Le nombre de caramels par sachet : 301 ÷ 43 = $\boxed{\mathbf{7}}$
- Le nombre de chocolats par sachet :172 ÷ 43 = $\boxed{\mathbf{4}}$

Conclusion : il y a 7 caramels et 4 chocolats dans chaque sachet.

3. Soit C le prix d'un chocolat.

On sait :

- 0,10 € est le prix d'un caramel
- 1,30 € est le prix d'un sachet
- Il y a 7 caramels et 4 chocolats par sachet.

Donc : 7 x 0,10 + 4 x C = 1,30

D'où : C = $\frac{1{,}30 - 7 \times 0{,}10}{4}$

C = $\frac{0{,}60}{4} = \boxed{\mathbf{0{,}15}}$

Le prix d'un chocolat est de **0,15** €

Exercice 3 6 pts

1.

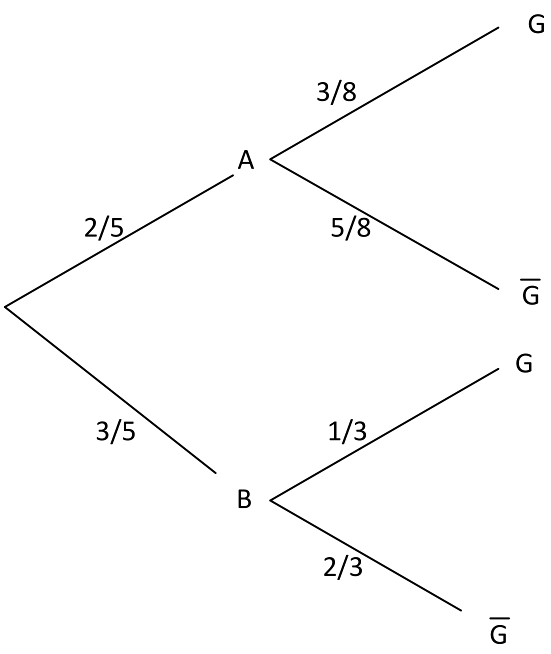
a/ Le tirage de clés USB était équiprobable et quantifiable.

P(A) = $\dfrac{nombre\ de\ clés\ USB\ de\ marque\ A}{nombre\ total\ de\ clés\ USB}$

P(A) = $\dfrac{80}{80+120} = \dfrac{80}{200} = \mathbf{\dfrac{2}{5}}$

b/ non G : « La clé prélevée a une capacité de 512 MO »

c/



2. a/ P(A,G)=$\frac{2}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{6}{40} = \boxed{\mathbf{\frac{3}{20}}}$

$\left(\text{ou P(A;G)} = \dfrac{nombre\ de\ clés\ de\ 1\ Go\ de\ marque\ A}{nombre\ total\ de\ clés\ USB} = \dfrac{30}{200} = \dfrac{3}{20}\right)$

b/ P(G)=P[(A,G) ou (B,G)]

=P(A,G) + P(B,G) *car les événements sont <u>incompatibles</u>*

$= \frac{3}{20} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{3}{20} + \frac{4}{20}$

$\boxed{P(G) = \mathbf{\frac{7}{20}}}$

$\left(\text{Ou : } P(G) = \dfrac{30+40}{200} = \dfrac{70}{200} = \boxed{\mathbf{\dfrac{7}{20}}}\right)$

ACTIVITES GEOMETRIQUES 11,5 pts

Exercice 1 : 4,5 pts

1. Dans un cercle (C) de centre O et de diamètre [ED].

On sait que B $\in$ (C) et B distinct de E et D.

Or, si un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle, alors ce triangle est rectangle en ce point.

Donc <u>DBE est un triangle rectangle en B.</u>

2. On sait qu'ABOD est un losange.

Or, si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires.

Donc <u>(OA) et (BD) sont perpendiculaires.</u>

3. Le triangle DBE est rectangle en B.

Donc, par définition (BD)$\perp$(EB).

De plus (BD)$\perp$(OA).

Or si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors ces deux droites sont parallèles.

Donc <u>(OA) // (EB)</u>

Exercice 2 : 5 pts

1. D'après la figure on a :

$\frac{\mathrm{OS}}{\mathrm{OR}} = \frac{3}{5}$ et $\frac{\mathrm{OB}}{\mathrm{OA}} = \frac{5,4}{9} = 0,6 = \frac{3}{5}$. On a bien $\frac{\mathrm{OS}}{\mathrm{OR}} = \frac{\mathrm{OB}}{\mathrm{OA}}$

De plus :

- Les droites (SR) et (AB) sont sécantes en O.
- Les points S, O, R d'une part et B, O, A d'autre part, sont alignés dans le même ordre.

Donc d'après la **réciproque du Théorème de Thalès**, <u>les droites (AR) et (BS) sont parallèles</u>.

2. Les droites (SR) et (AB) sont sécantes en O. De plus (AR) //(SB) et SO = 3cm ; RO = 5cm et SB = 4,5cm.

Donc d'après le **Théorème de Thalès** : $\frac{OA}{OB} = \frac{OR}{OS} = \frac{AR}{BS}$

D'où $\frac{5}{3} = \frac{AR}{4,5}$

Et AR = $\frac{4,5\times5}{3}$ $\boxed{\text{AR=7,5cm}}$

3. $\frac{OT}{OS} = \frac{4,5}{3} = \frac{9}{10}\ et\ \frac{OC}{OB} = \frac{5,4+2,6}{5,4} = \frac{8}{5,4}$ (OC = OB + BC = 5,4 + 2,6 = 8 car B ϵ [OC])

$\begin{cases} 4,5 \times 5,4 = \boxed{24,3} \\ 8 \times 3 = \boxed{24} \end{cases}$ 4,5 × 5,4 ≠ 8 × 3, les produits en croix des deux quotients ne sont pas égaux donc les quotients non plus. Donc $\frac{OT}{OS} \neq \frac{OC}{OB}$

De plus, les droites (TS) et (CB) sont sécantes en O.

Donc d'après la **contraposée du théorème de Thalès**, <u>les droites (SB) et(TC) ne sont pas parallèles.</u>

Exercice 3 :

2 pts

a) Réponse b) [ED] mesure $\boxed{\textbf{2,5 cm}}$. (*théorème de Pythagore*)

b) Réponse a) [AB] mesure $\boxed{\textbf{7,5 cm}}$. (*théorème de Thalès ou agrandissement par 3*)

PROBLEME 12,5 pts

Première Partie 6,5 pts

1.

P ϵ [AB], AB = 3 cm, PB = x
Donc $0 < x < 3$ (on accepte $0 \leq x \leq 3$ …)

2.

On sait qu'APMQ est un rectangle. Donc par propriété (MP) // (QA).
De plus Q ϵ (AE) donc (MP) // (AC).
Les droites (MC) et (PA) sont sécantes en B et (MP) // (AC).
Donc d'après le **théorème de Thalès** :

$\frac{BM}{BC} = \frac{BP}{BA} = \frac{MP}{CA}$ avec BP $= x$, BA = 3 cm et CA = 6 cm, D'où $\frac{x}{3} = \frac{MP}{6}$, MP = $\frac{6x}{3}$ $\boxed{\textbf{MP} = 2x}$

3. P ϵ [AB] donc AP = AB – PB = $\boxed{3 - x}$.

4. Périmètre d'APMQ :

Dans APMQ rectangle, $\begin{cases} \text{AP} = \text{MQ} = 3 - x \\ \text{MP} = \text{QA} = 2\,x \end{cases}$

D'où le périmètre : $P_{APMQ} = 2\times(3 - x) + 2 \times 2\,x = 6 - 2x + 4x$ $\boxed{P_{APMQ} = 2\,x + 6}$

5. On sait que $0 < x < 3$ donc $2\times0 < 2\times x < 2\times3$ et $0 + 6 < 2x + 6 < 6 + 6$. D'où : $\boxed{6 < P_{\text{APMQ}} < 12}$

6. $P_{APMQ} = 10$ donc $2\,x + 6 = 10$

$2\,x = 10 - 6$

$2\,x = 4$ $\boxed{x = 2}$

Pour que le périmètre du rectangle APMQ soit égal à 10 cm, il faut que x = 2 cm

Deuxième Partie 6 pts

Soit A = $(-2\,x + 4)(x - 1)$

1. A = $-2\,x^2 + 2x + 4x - 4$ = $\boxed{-2x^2 + 6x - 4}$

2. Aire de APMQ : A_{APMQ} = MP x AP

$= 2x\,(3 - x)$

$= 6x - 2x^2$ $\boxed{A_{APMQ} = -2x^2 + 6x}$

3. $A_{APMQ} = -2x^2 + 6x$

Donc si $x = 1{,}5cm$ alors $A_{APMQ} = -2 \times 1{,}5^2 + 6 \times 1{,}5$

$= -2 \times 2{,}25 + 9$

$= -4{,}5 + 9$ $\boxed{A_{APMQ} = 4{,}5\ \text{cm}^2}$

4. A_{APMQ} = 4 cm²

Donc $-2x^2 + 6x = 4$

$-2x^2 + 6x - 4 = 0$

A = 0

$(-2x + 4)(x - 1) = 0$

Or si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Donc $-2x + 4 = 0$ ou $x - 1 = 0$

$x = \mathbf{2}$ ou $x = \mathbf{1}$

<u>Les valeurs de x, pour lesquelles l'aire de QMPA est de 4cm², sont 2 cm et 1 cm.</u>