DNB 2010 – Epreuve de Mathématiques.
Correction.

ACTIVITES NUMERIQUES [12 points]

Exercice 1

1) a) On choisit 2.

   Multiplier par (-2) : $2\times(-2) = -4$.

   Ajouter 5 au produit : $-4 + 5 = 1$.

   Multiplier le résultat par 5: $1\times 5 = 5$. Lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 5.

   b) On choisit 3.

   Multiplier par (-2) : $3\times(-2) = -6$.

   Ajouter 5 au produit : $-6 + 5 = -1$.

   Multiplier le résultat par 5: $-1\times 5 = -5$. Lorsque le nombre de départ est 3, on obtient -5.

2) Cherchons le nombre x tel que le résultat obtenu soit 0. En choisissant x, on obtient $(-2x + 5)\times5$.

   Il faut résoudre l'équation $(-2x + 5)\times5 = 0$. (*on refait le programme "à l'envers"*)

   $(-2x + 5)\times5\div5 = 0\div5$ -----------→ Diviser par 5

   $-2x + 5 = 0$.

   $-2x + 5 - 5 = 0 - 5$ -----------→ Soustraire 5.

   $-2x = -5$

   $-2x \div (-2) = -5 \div (-2)$ ----------→ Diviser par -2.

   $\boxed{x = 2,5}$ Vérification : $(-2\times2,5 - 5)\times5 = (-5 + 5)\times5 = 0\times5 = 0$.

   Pour obtenir 0, il faut choisir au départ le nombre 2,5.

3) En développant l'expression obtenue en appliquant le programme, on obtient :

   $(-2x + 5)\times5 = 5\times(-2x) + 5\times5 = \boxed{-10x + 25}$.

   En développant l'expression d'Arthur, on obtient:

   $(x - 5)^2 - x^2 = x^2 - 2\times x \times5 + 5^2 - x^2 = \boxed{-10x + 25}$.

   Donc, Arthur a raison, l'expression $(x - 5)^2 - x^2$ permet d'obtenir le même résultat.

Exercice 2

1) a) Avec 6 litres de liquide, on obtient 6,5 litres de glace.

   b) Pour obtenir 10 litres de glace, il faut environ 9,25 litres d'eau.

2) La représentation graphique est une droite passant par l'origine, donc il y a proportionnalité entre le volume d'eau liquide (en litres) et le volume de glace obtenu (en litres).

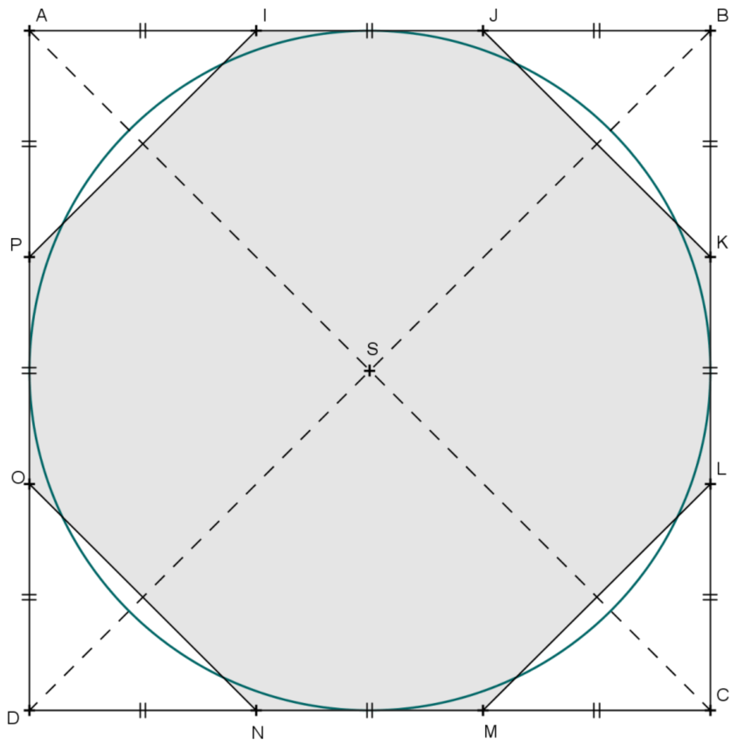
3) 10 litres d'eau donnent 10,8 litres de glace, soit une augmentation de 0,8 litres ($10,8 - 10 = 0,8$).

   Par rapport aux 10 litres de départ, cela donne un pourcentage de 8 % : $\frac{0,8}{10} = \frac{8}{100} = 8\%$.

ACTIVITES GEOMETRIQUES [12 points]

Exercice 1

1)



2) a) ABCD est un carré et J et K sont deux points respectivement sur [AB] et [BC]. Donc JBK est un triangle rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore, on a : $JK^2 = JB^2 + BK^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$.

D'où $JK = \sqrt{18} = \sqrt{9\times 2} = \sqrt{9}\times\sqrt{2} = \boxed{\mathbf{3\sqrt{2}}}$. [JK] mesure $3\sqrt{2}$ cm.

b) L'octogone IJKLMNOP n'est pas régulier car ses côtés n'ont pas la même mesure (certains font 3 cm, d'autres $3\sqrt{2}$ cm).

c) On obtient l'aire de l'octogone IJKLMNOP en enlevant les aires des 4 triangles rectangles identiques à BJK à l'aire du carré ABCD:

$\text{Aire} = \text{Aire(ABCD)} - 4\times\text{Aire(BJK)} = 9^2 - 4\times 3\times 3/2 = 81 - 18 = \boxed{\mathbf{63}}$.

L'aire de l'octogone est de 63 cm².

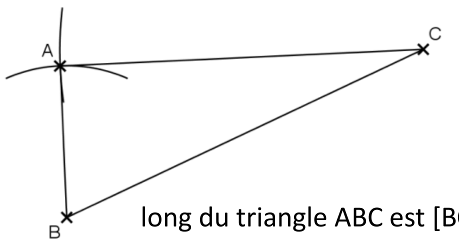
3) a) voir figure.

b) $\text{Aire(disque)} = \pi\times\text{rayon}^2 = \pi\times 4{,}5^2 = 20{,}25\pi \approx 63{,}62$ cm².

$63 < 63{,}62$ donc l'aire du disque est supérieure à l'aire de l'octogone.

Exercice 2

1)

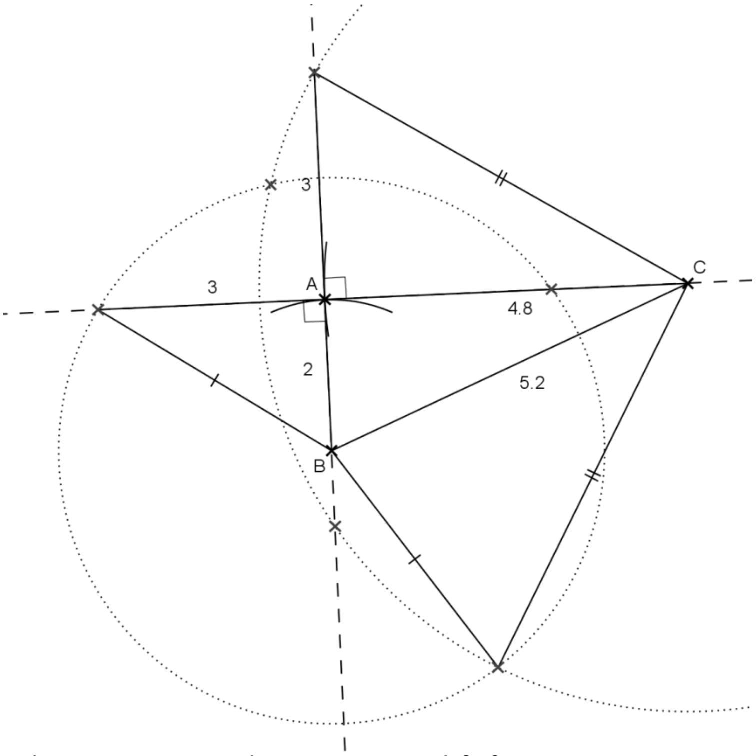


2) Le côté le plus long du triangle ABC est [BC].

$$\begin{cases} BC^2 = 5{,}2^2 = 27{,}04 \\ AB^2 + AC^2 = 2^2 + 4{,}8^2 = 4 + 23{,}04 = 27{,}04 \end{cases}$$

On a $BC^2 = AB^2 + AC^2$, donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A et a pour hypoténuse [BC].

3)



4) $V(SABCD) = \frac{1}{3}\times B\times h = \frac{1}{3}\times Aire(ABC)\times SA = \frac{1}{3} \times\frac{4,8\times 2}{2}\times 3 = \boxed{4,8}$.

Le volume de la pyramide SABC est de 4,8 cm^3.

PROBLEME [12 points].

Première partie: peinture des murs et du plafond.

1) a) Le plafond est un rectangle de dimensions 5,20m sur 6,40m: Aire = 5,20×6,40 = $\boxed{\mathbf{33,28}}$.

L'aire du plafond est de 33,28 m^2.

b) 33,28 ÷ 4 = $\boxed{\mathbf{8,32}}$. Il faut 8,32 L pour peindre le plafond.

2) a) surface de mur : il faut calculer l'aire des 4 murs et soustraire les aires de la porte et des 3 baies vitrées:

2×(2,80×6,40) + 2×(2,80×5,20) – (2×0,80) – 3×(2×1,60) = 35,84 + 29,12 – 1,6 – 9,6 = 64,96 – 11,2

= $\boxed{\mathbf{53,76}}$ ≈ 54.

La surface de mur est de 53,76 m^2, soit environ 54 m^2 en arrondissant au m^2.

b) 54 ÷ 4 = 13,5. Il faut $\boxed{\mathbf{13,5}}$ litres pour peindre les murs.

3) 8,32 + 13,5 = 21,82. Il faut 21,82 litres de peinture pour rénover le local.

21,82 ÷ 5 = 4,364. Il faut un peu plus de 4 pots de peinture, donc le chantier doit disposer de 5 pots de peinture.

Deuxième partie : pose d'un dallage sur le sol.

1) J'utilise l'algorithme d'Euclide pour déterminer le PGCD de 640 et 520:

640 = 520 × 1 + 120

520 = 120 × 4 + **40**

120 = 40 × 3 + 0.

Le PGCD est le dernier reste non nul, donc PGCD(640 ; 520) = 40.

2) a) Pour être posées sans découpe, il faut que les dimensions des dalles soient des diviseurs communs à 640 et 520 :

* 20 est un diviseur de 640 et 520 (640 = 20×32 et 520 = 20×26)

* 30 n'est pas un diviseur de 640 (640 = 30×21 + 10)

* 35 n'est pas un diviseur de 640 (640 = 35×18 + 10)

* 40 est un diviseur de 640 et 520 (640 = 40×16 et 520 = 40×13)

* 45 n'est pas un diviseur de 640 (640 = 45×14 + 10)

ou : comme 40 est le PGCD de 640 et 520, on cherche dans les mesures proposées les diviseurs de 40 : 20 et 40.

Les dalles doivent avoir pour dimensions 20 cm ou 40 cm de côté.

b) 20 cm : $\begin{cases} 640 \div 20 = 32 \\ 520 \div 40 = 26 \end{cases}$. 32×26 = **832**. Il faudrait 832 dalles de 20 cm de côté.

40 cm : $\begin{cases} 640 \div 40 = 16 \\ 520 \div 40 = 13 \end{cases}$. 16×13 = **208**. Il faudrait 208 dalles de 40 cm de côté.

<u>Troisième partie : coût du dallage</u>.

1) Une commande de 9 paquets,

a) avec le Grossiste A, coûte 432 € : 48×9 = $\boxed{\textbf{432}}$.

b) avec le Grossiste B, coûte 423€ : 42×9 + 45 = $\boxed{\textbf{423}}$.

2) a) $\boxed{\mathbf{P_A(\mathit{n}) = 48\mathit{n}}}$.

b) $\boxed{\mathbf{P_B(\mathit{n}) = 42\mathit{n} + 45}}$.

3) a) P_A est une fonction linéaire. Sa représentation graphique est donc une droite passant par l'origine et par le point de coordonnées (10 ; 480). En effet, pour n = 10, $P_A(10)$ = 48x10 = 480.

P_B est une fonction affine. Sa représentation graphique est donc une droite passant par le point de coordonnées (0 ; 45) et par le point de coordonnées (10 ; 465). En effet, pour n = 10, $P_B(10)$ = 42x10 + 45 = 465.

b) De 0 à 7 paquets, le tarif A est le plus avantageux. Pour 8 paquets et plus, le tarif B est le plus avantageux.