Brevet blanc - corrigé

EXERCICE 1 [12 POINTS]

Pour chacune des affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant.

Affirmation 1 : La somme de deux multiples de 5 est un multiple de 5.

Vrai. Si deux nombres finissent par 0 ou par 5, leur somme finira soit par 0 soit par 5 donc sera forcément un multiple de 5.

Ou : prenons m et n deux multiples de 5 alors il existe un unique nombre entier positif k tel que m=5×k et il existe un unique nombre entier positif k' tel que n=5×k'. Donc m + n = 5k + 5k' = 5(k + k'). Comme k + k' est un entier naturel, **m + n est bien un multiple de 5**.

Affirmation 2 : En triplant les longueurs des côtés d'un triangle, les angles sont multipliés par 3.

Faux. La somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180°.

Affirmation 3 : Pour n'importe quel nombre entier n, $(n + 1)^2 – (n – 1)^2$ est un multiple de 4.

Vrai. $(n+1)^2 - (n-1)^2=(n^2+2n+1)-(n^2-2n+1)= n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1=\mathbf{4n}$ donc $(n + 1)^2 - (n – 1)^2$ est bien un multiple de 4.

Affirmation 4 : – 4 est une solution de l'équation $x^2 – 2x + 8 = 0$.

Faux. $(-4)^2 – 2\times(-4)+8 = 16 + 8 + 8 = \mathbf{32} \neq 0$

EXERCICE 2 [15 POINTS]

L'infirmière du collège a mené une enquête sur le poids des cartables des élèves en pesant le cartable de 48 élèves du collège.

Les résultats sont inscrits dans le tableau ci-dessous :

Masse en kg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	1	2	4	2	4	11	9	8	3	4
Eff cum cr	1	3	7	9	13	24	33	41	44	48

1) E = Poids max – Poids min = 10 – 1 = **9 kg**. L'étendue de la série est de 9 kg.
2) Il y a 48 valeurs, ce qui est pair, donc la médiane est entre la **24**ème et 25ème valeur, c'est-à-dire entre 6 et 7 kg. On prend m = $\frac{6+7}{2} = \mathbf{6{,}5\ kg}$. Une médiane de la série est 6,5 kg.
3) M = $\frac{1\times1+2\times2+3\times4+4\times2+5\times4+6\times11+7\times9+8\times8+9\times3+10\times4}{48} \simeq \mathbf{6\ kg}$.

   Le poids moyen d'un cartable est d'environ 6 kg, arrondi au kg.
4) Il y a 4+11+9+8+3+4 = 39 élèves qui ont un sac ***d'au moins 5 kg*** or $\frac{39}{48}\times100=81{,}25 > 75$ donc oui, plus des trois quarts des élèves ont un cartable qui pèse au moins 5 kg.

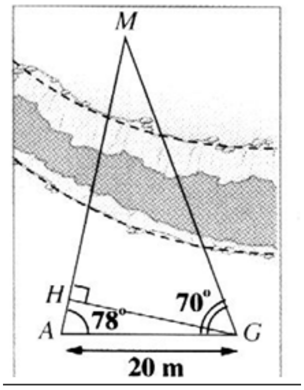
   Ou : Il y a 4+11+9+8+3+4 = 39 élèves qui ont un sac ***d'au moins 5 kg*** or $\frac{3}{4}\times48 = 36 < 39$ donc plus des trois quarts des élèves ont un cartable qui pèse au moins 5 kg.

EXERCICE 3 [16 POINTS] Trigo

La mairie fait ériger une statue à l'effigie de Louis Jacques Daguerre en face du collège, de l'autre côté de la rue.

1) Le gardien, M. Loiseau souhaite connaître la distance entre le monument M et son logement G. Pour cela il mesure la distance entre G et un point accessible A. Il trouve AG = 20 m. Il place ensuite un théodolite emprunté à un géomètre successivement en G et A pour mesurer les angles $\widehat{MAG}$ et $\widehat{AGM}$.

Il trouve $\widehat{MAG} = 78°$ et $\widehat{AGM} = 70°$.



a) La somme des angles d'un triangle est égale à 180° donc dans le triangle AHG on a

$\mathbf{\widehat{HGA}} = 180 - (\widehat{AHG} + \widehat{HAG}) = 180 - (90 + 78) = 180 - 168 =$ **12°**.

Les angles $\widehat{AGH}$ et $\widehat{HGM}$ sont adjacents donc $\mathbf{\widehat{HGM}} = \widehat{AGM} - \widehat{AGH} = 70 - 12 =$ **58°**.

b) Le triangle AHG est rectangle en H. On connaît la mesure de l'angle $\widehat{HAG}$ (78°) ainsi que celle de l'***hypoténuse*** (AG = 20 m), et on cherche la mesure de [GH], côté ***opposé*** à $\widehat{HAG}$.

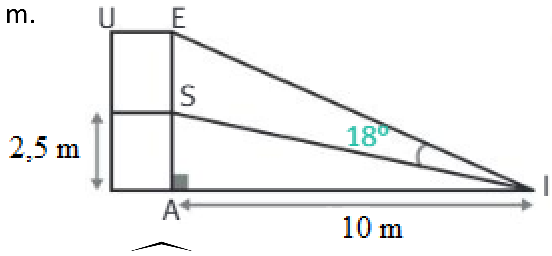
$\sin(\widehat{HAG}) = \frac{HG}{AG}$ d'où $\sin(78) = \frac{GH}{20}$ et $GH = 20 \times \sin(78) \approx$ ***19,6 m***.

Le triangle MHG est rectangle en H. On connaît la mesure de l'angle $\widehat{HGM}$ (58°) ainsi que celle de son côté ***adjacent*** (HG ≈ 19,6 m), et on cherche la mesure de [GM], l'***hypoténuse***.

$\cos(\widehat{HGM}) = \frac{GH}{GM}$ d'où $\cos(58) \approx \frac{19{,}6}{GM}$ et $GM \approx 19{,}6 : \cos(58) \approx$ ***37 m***.

Donc, [GH] mesure environ 19,6 m et [GM} mesure environ 37 m.

2) La statue est sur un socle de 2,5 m de haut.
M. Loiseau se place à 10 m de la statue, au point I, et mesure la mesure de l'angle $\widehat{SIE}$: il trouve $\widehat{SIE} = 18°$.



Le triangle SAI est rectangle en A. On connaît la mesure du côté **opposé** à $\widehat{SIA}$ (SA = 2,5 m) et celle du côté **adjacent** à $\widehat{SIA}$ (AI =10 m).

$\tan(\widehat{SIA}) = \frac{SA}{AI} = \frac{2{,}5}{10} = \mathbf{0{,}25}$ donc $\widehat{SIA} = \arctan(0{,}25) \approx$ ***14°***.

Les angles $\widehat{SIA}$ et $\widehat{SIE}$ sont adjacents donc $\widehat{AIE} = \widehat{SIA} + \widehat{SIE} \approx 14 + 18 =$ **32°**.

Le triangle EAI est rectangle en A. On connaît la mesure de l'angle $\widehat{AIE}$ (32°) et celle de son côté **adjacent** (AI = 10 m). On cherche la mesure du côté **opposé** à $\widehat{AIE}$.

$\tan(\widehat{AIE}) = \frac{AE}{AI}$ donc $AE = AI \times \tan(\widehat{AIE}) \approx 10 \times \tan(32) \approx$ **6,25 m**.

Les points E, S et A sont alignés donc SE = EA – SA ≈ 6,25 – 2,5 = **3,75 m**.

La statue a une hauteur d'environ 3,75 m, au centimètre près.

EXERCICE 4 [18 POINTS]

Lors de la journée pour fêter les **50 ans du collège**, différents ateliers ont lieu.

I. Un commerçant en profite pour ouvrir un stand à l'entrée du collège ou il propose diverses boissons. Il y a au total 22 bouteilles de thé glacé, 32 bouteilles de jus d'ananas, 18 bouteilles de soda et 28 bouteilles d'eau. Il souhaite offrir une boisson au premier arrivé et décide d'en prendre une au hasard.

1) On considère l'événement E : « Prendre une bouteille d'eau ».

p(E) = $\mathbf{\frac{28}{100}}$ car il y a 28 bouteilles d'eau sur un total de 100 bouteilles(22 + 32 +18 +28= 100).

2) Le commerçant gère son stock avec un tableur dont voici la feuille de calcul :

	A	B	C	D
1	Boisson	Quantité	Quantité vendues	Quantité restante
2	Thé glacé	22	4	18
3	Jus d'ananas	32	5	27
4	Soda	18	3	15
5	Eau	28	12	16
6	Total	100	24	76

a. Dans la cellule D2 : **= B2 – C2**

b. Dans la cellule B6 : **=SOMME(B2 : B5)** ou **= B2+B3+B4+B5**

II. Monsieur G. Rome propose un jeu : il a placé dans une urne 8 boules indiscernables au toucher où sont écrit les lettres du nom D A G U E R R E. Un joueur gagne lorsque la lettre tirée est dans son prénom.

1) Les lettres D, A, U, et E (2fois) font gagner Claude donc **p =** $\mathbf{\frac{5}{8}}$.

2) Les lettres U et R (2 fois) font gagner Bruno donc **p =** $\mathbf{\frac{3}{8}}$.

3) Il n'y a aucune lettre en commun entre SIMON et DAGUERRE donc **p = 0**.

4) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ donc tout prénom ayant exactement 2 lettres en commun avec DAGUERRE a une probabilité de $\frac{1}{4}$ de gagner (ex : LEO (2 E), DYLAN…)

III. Dans un sac opaque, Mrs Dwarf a placé 120 tickets indiscernables au toucher, dont 30 sont bleus. Les autres sont blanches ou rouges, aux couleurs du Royaume-Uni. On considère l'expérience aléatoire suivante : on tire un ticket au hasard et on regarde sa couleur.

1) Il y a 30 tickets bleus sur un total de 120 donc **p(Bleu) =** $\mathbf{\frac{30}{120} = \frac{1}{4} = 0{,}25}$.

2) La probabilité de tirer un ticket rouge est égale à 0,4.

a. p(Rouge) = 0,4 = $\frac{4}{10} = \frac{4\times12}{10\times12} = \frac{48}{120}$ donc il y a **48 tickets rouges** dans le sac.

Ou : p(Rouge) = 0,4 = $\frac{n}{120}$ donc n = 0,4×120 = 48.

b. Il y a 3 issues : Bleu, Rouge ou Blanc donc p(Blanc) = 1 – (p(Rouge) + p(Bleu)) = 1 – (0,4 + 0,25) = 1 – 0,65 = **0,35**.

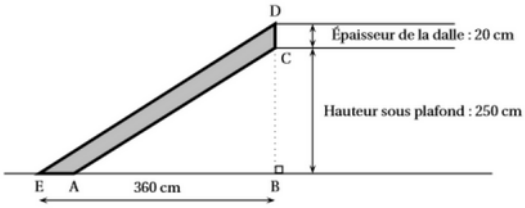
Ou : 120 – (30 + 48) = 120 – 78 = 42. Il y a 42 tickets blancs donc p(Blanc) = $\mathbf{\frac{42}{120} = 0{,}35}$.

EXERCICE 5 [12 POINTS]

M. Nossaounde souhaite réaliser un escalier pour accéder à la salle des professeurs depuis sa salle. Il a besoin de connaître les dimensions du limon (planche dans laquelle viendront se fixer les marches de cet escalier). Il réalise le croquis ci-contre.

Sur ce croquis,

- Le limon est représenté par le quadrilatère ACDE.
- Les droites (ED) et (AC) sont parallèles.
- Les points E, A et B sont alignés ainsi que les points D, C et B.
- La droite (BD) est perpendiculaire au sol (AB).



1. Les points B, C et D sont alignés donc BD = BC + CD = 250 + 20 = 270 cm.
Le triangle BED est rectangle en B donc d'après le théorème de Pythagore, on a : $ED^2 = EB^2 + BD^2$
$ED^2 = 360^2 + 270^2 = 129\,600 + 72\,900 = 202\,500$ cm². D'où $ED = \sqrt{202\,500} =$ **450 cm**.
2. Dans le triangle EBD, on sait que A appartient à [EB] et C appartient à [BD] tels que (AC) et (ED) soient parallèles donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{BA}{BE} = \frac{BC}{BD} = \frac{AC}{ED}$.

$\frac{BA}{360} = \frac{250}{270} = \frac{AC}{450}$.

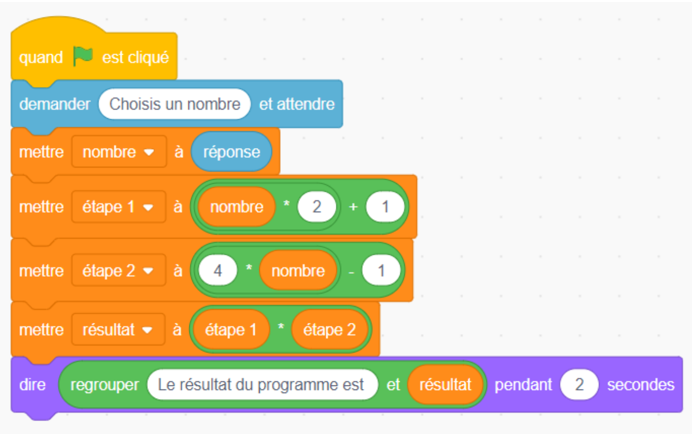
Calcul de AC : $\frac{250}{270} = \frac{AC}{450}$ donc $AC = \frac{450 \times 250}{270} \approx$ **417 cm**. (arrondi au cm)

Calcul de AB : $\frac{BA}{360} = \frac{250}{270}$ donc $AB = \frac{360 \times 250}{270} \approx 333$ cm. (arrondi au cm)

Les points E, A et B sont alignés donc EA = AB – AB ≈ 360 – 333 = **27 cm**.
Les deux dimensions de cette planche sont donc AE ≈ 27 cm et AC ≈ 417 cm (arrondis au cm).

EXERCICE 6 [9 POINTS] Programme calcul

On donne le programme de calcul Scratch suivant :



1) Nombre = 2
2) Nombre = -3

Nombre = 2	Nombre = -3
Etape 1 = 2×2+1 = **5**	Etape 1 = -3×2+1 = **-5**
Etape 2 = 4×2–1 = **7**	Etape 2 = 4×(-3)–1 = **-13**
Rés. = **5**×**7**=35	Rés. = **-5**×**(-13)**=65

3) .

Nombre = x
Etape 1 = x ×2+1 = **$2x + 1$**
Etape 2 = 4× x –1 = **$4x - 1$**
Rés. = **$(2x + 1)$**×**$(4x - 1)$**

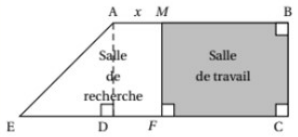
4) $(2x + 1)\times(4x - 1) = 0$. On reconnaît une équation produit nul. Un produit est nul si et seulement si au moins l'un des facteurs est nul : $2x + 1 = 0$ ou $4x - 1 = 0$

$2x = -1$ ou $4x = 1$ $x = -\frac{1}{2} =$ **-0,5** ou $x = \frac{1}{4} =$ **0,25**. Les solutions de l'équation sont les nombres -0,5 et 0,25.

Il faut choisir -0,5 ou 0,25 pour que le programme annonce le résultat 0.

EXERCICE 7 [18 POINTS]

Doc.1 Vue de la surface du sol du CDI



Doc.2 L'objectif des documentalistes

Les documentalistes souhaitent placer la séparation [MN] de façon que les deux salles aient la même aire.

Doc3 Rappels

Aire rectangle = Longueur × largeur

Aire trapèze = $\frac{h(B + b)}{2}$

(h hauteur, b petite base et B grande base)

Le document 1 représente une vue de la surface au sol du CDI du collège. Les documentalistes, Mme Lepoisson et Mme Journées souhaitent le réaménager en deux espaces distincts : une salle de recherche et une salle de travail.

ABCE est un trapèze rectangle tel que AB = 9 m, BC = 8 m et DE = 6 m. M est un point du segment [AB].
On pose AM = x (x est une distance exprimée en mètre et $0 \leq x \leq 9$).

Partie 1.

1) Exprimer en fonction de x :
   a) Les points A, M et B sont alignés donc BM = AB – AM = **$9 - x$**.
   b) Les points E, D et F sont alignés donc EF = ED + DF = **$6 + x$**.
   c) $A_{MBCF} = BM \times BC = (9 - x) \times 8 = 9 \times 8 - x \times 8 =$ **$-8x + 72$**.
   d) $A_{AMFE} = \frac{(AM + EF) \times BC}{2} = \frac{(x + 6 + x) \times 8}{2} = (2x + 6) \times 4 = 4 \times 2x + 4 \times 6 =$ **$8x + 24$**.

   Ou : $A_{AMFE} = A_{AMDF} + A_{ADE} = x \times 8 + \frac{8 \times 6}{2} = 8x + 24$

2) Les documentalistes veulent que les deux salles aient la même aire donc il faut résoudre l'équation :
   $A_{MBCF} = A_{AMFE}$ $\quad -8x + 72 = 8x + 24$ $\quad -8x + 72 + 8x = 8x + 24 + 8x$ $\quad 72 - 24 = 16x + 24 - 24$
   $48 = 16x$ $\quad 48 : 16 = 16x : 16$ $\quad$ **$3 = x$**.
   L'objectif des documentalistes est-il atteint pour x = 3 m.
   Dans ce cas, on a $A_{MBCF} = A_{AMFE} = 8 \times 3 + 24 =$ **48 m²**.

Partie 2.

Pour des raisons pratiques, la cloison est finalement placée à 3,5 m du point A (x = 3,5).
On souhaite recouvrir le sol de la salle de travail d'un nombre entier de dalles carrées identiques dont le côté mesure un nombre entier de centimètres.

1) La salle de travail est un rectangle de dimension L = BC = ***9 m*** sur l = MB = 9 – 3,5 = ***5,5 m***.
2) L = 9 m = 900 cm et l = 5,5 m = 550 cm.
   900 : 20 = 45 mais 550 : 20 = 27,5. 20 n'est pas un diviseur de 550 donc le collège ne peut pas utiliser des dalles de 20 cm de côté.
   900 : 25 = 36 et 550 : 25 = 22 donc le collège peut acheter des dalles de 25 cm de côté car 25 est un diviseur commun à 900 et 550.
3) Pour accélérer le temps de pose, on souhaite que les dalles soient les plus grandes possible.
   Trouver leur dimension. On cherche donc le PGCD de 900 et 550.
   $900 = 9 \times 100 = 3^2 \times 10^2 = 3^2 \times 2^2 \times 5^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$.
   $550 = 55 \times 10 = 5 \times 11 \times 2 \times 5 = 2 \times 5^2 \times 11$
   Le PGCD de 900 et 550 est donc 2×5^2 **= 50**. *Il faut acheter des dalles de <u>50 cm de côté</u>.*