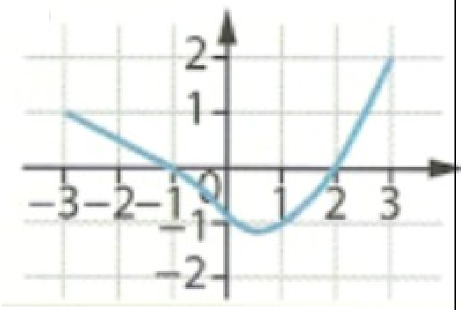
Devoir commun

EXERCICE 1 [10 POINTS]

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.

On ne demande pas de justifier.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Lequel de ces nombres est premier ?	2 255	**8 191**	7 113
2	$\dfrac{\frac{2}{3}+\frac{5}{6}}{7} =$	$\mathbf{\dfrac{3}{14}}$	$\dfrac{5}{9}$	0,214 285 714
3	On veut remplir des bouteilles contenant $\frac{3}{4}$ L. Avec 12 L, on peut remplir :	9 bouteilles	12 bouteilles	**16 bouteilles**
4	Voici la courbe représentative d'une fonction f.  Quelle propostion est correcte ?	L'image de – 1 par f est 1	**– 3 est un antécédent de 1 par *f***	0 a deux images par f
5	Deux élèves partent du même endroit et font 2 parcours différents. Le 1er élève repasse au point de départ toutes les 8 minutes et le 2ème toutes les 6 minutes. La prochaine fois qu'ils franchiront ensemble ce passage sera dans ...	48 minutes	**24 minutes**	14 minutes

EXERCICE 2 [15 POINTS]

On donne les deux programmes de calcul suivants :

Programme A	Programme B
— Choisir un nombre; — Soustraire 5 à ce nombre; — Multiplier le résultat par le nombre de départ.	— Choisir un nombre; — Mettre ce nombre au carré; — Soustraire 4 au résultat.

1. 4. $4 - 5 = -1$ $-1\times4 =$ **-4**. Alice obtient bien -4 en utilisant 4 avec le programme A
2. -3. $(-3)^2 = 9$ $9 - 4 =$ **5**. Lucie obtient 5 en utilisant -3 avec le programme B.

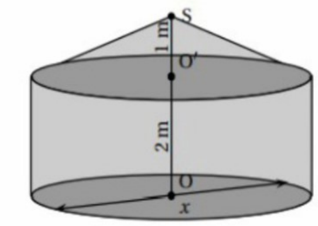
Tom souhaite trouver un nombre pour lequel les deux programmes donneront le même résultat. Il choisit x comme nombre de départ pour les deux programmes.

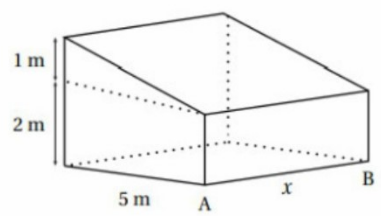
3. Programme A : x. $x - 5$ $\mathbf{(x - 5)\times x = x^2 - 5x}$.
4. Programme B : x. x^2. $\mathbf{x^2 - 4}$.
5. Programme A : $\left(\frac{4}{5}\right)^2 - 5\times\frac{4}{5} = \frac{16}{25} - \frac{20}{5} = \frac{16}{25} - \frac{100}{25} = \mathbf{\frac{-84}{25}}$ (=-3,36 mais l'écriture décimale est à éviter)

   Programme B : $\left(\frac{4}{5}\right)^2 - 4 = \frac{16}{25} - \frac{100}{25} = \mathbf{\frac{-84}{25}}$.

   Les deux programmes donnent bien le même résultat lorsque l'on prend $\frac{4}{5}$ comme nombre de départ.

EXERCICE 3 [15 POINTS]





Partie 1.

Dans cette partie, on considère que x = 6 m.

1. $V = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur} = \pi \times (6/2)^2 \times 2 = \pi \times 9 \times 2 =$ **18π m^3**.
2. $V' = \frac{1}{3} \times \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur du toit} = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 1 = 3\,\pi \approx$ **9 m^3**, arrondi à l'unité.
3. $V\text{case} = V + V' = 18\pi + 3\pi = 21\pi \approx$ **66 m^3**.

Partie 2.

1. Par lecture graphique, donner une valeur approchée du volume d'une case de 7 m de diamètre. Tracer des pointillés permettant la lecture.

   Pour 7 m, le volume de la case est d'environ **92 m^3** (*entre 88 et 96*)

La fonction qui donne le volume de la maison en forme de prisme droit est définie par $V(x) = 12{,}5\,x$.

2. $V(8) = 12{,}5\times8 =$ **100**. Pour 8 m, le volume de la maison est de 100 m^3.
3. La construction qui lui offre le plus grand volume pour 6 m est ***la maison en forme de prisme droit*** car la représentation graphique est au-dessus de celle du volume de la case.

EXERCICE 4 [15 POINTS]

Un chef-pâtissier a préparé 840 financiers et 1176 macarons. Il souhaite faire des lots, tous identiques, en mélangeant financiers et macarons. Il veut utiliser tous les financiers et tous les macarons.

1. 840 et 1176 ***ne sont pas premiers entre eux*** car ils sont pairs et admettent donc un autre diviseur commun que 1 : 2.

2. $840 = 10\times84 = 2\times5\times4\times21 = 2\times5\times2\times2\times3\times7 = \mathbf{2^3\times3\times5\times7}$.

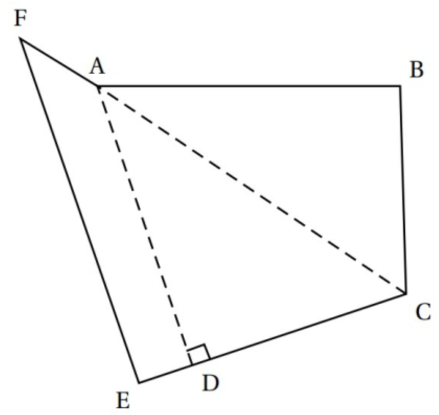
   $1176 = 2\times588 = 2\times2\times294 = 2\times2\times2\times147 = 2^3\times3\times49 = \mathbf{2^3\times3\times7^2}$.

3. 840 : 21 = 40 et 1176 : 21 = 56 donc le pâtissier peut bien faire 21 lots (21 est un diviseur commun à 840 et 1176).

4. On cherche le plus grand diviseur commun à 840 et 1176 : $\mathbf{2^3\times3\times7 = 168}$. Le pâtissier pourra faire au maximum 168 lots.

840 : 168 = **5** et 1176 : 168 = **7** donc dans chaque lot il ***y aura 5 financiers et 7 macarons***.

EXERCICE 5 [17 POINTS]



1. Dans le triangle ABC, le côté le plus long est [AC].

$AC^2 = 140^2 =$ **19 600** cm².

$AB^2 + BC^2 = 115^2 + 80^2 = 13\,225 + 6\,400 =$ **19 625** cm².

$\mathbf{AC^2 \neq AB^2 + BC^2}$ donc *d'après la contraposée du théorème de Pythagore*, le ***triangle ABC n'est pas rectangle***.

2. ACD est un triangle rectangle en D. D'après le théorème de Pythagore, on a : $AC^2 = AD^2 + CD^2$.

$140^2 = AD^2 + 100^2$

$19\,600 = AD^2 + 10\,000$ donc $AD^2 = 19\,600 - 10\,000 = 9\,600$ cm².

$AD = \sqrt{9\,600} \approx$ **98 cm**.

2. ACD est un triangle rectangle en D. Je connais la longueur du côté adjacent à $\widehat{ACD}$ (CD = 100 cm) et celle de l'hypoténuse (AC = 140 m). J'utilise la définition du cosinus : $\cos(\widehat{ACD}) = \frac{CD}{AC} = \frac{100}{140}$.

$\widehat{ACD} = \arccos(100 : 140) \approx$ **44°**.

EXERCICE 6 [13 POINTS]

1. Voici les notes d'Emma (sur 20) en mathématiques au 1er trimestre : 15 ; 13 ; 18 ; 19 ; 14 ; 9
   a. $M = \frac{15 + 13 + 18 + 19 + 14 + 9}{6} = \frac{88}{6} \approx$ **14,67** (arrondi au centième).
   b. Il y a 6 valeurs (6 = 3 + 3) donc la médiane est une note entre la 3ème et la 4ème lorsque la série est ordonnée : 9 – 13 – 14 – 15 – 18 – 19. $\mathbf{14 < m < 15}$. On peut prendre par exemple **14,5**.
2. Une entreprise de fabrication de bonbons souhaite vérifier la qualité de sa nouvelle machine de conditionnement. Cette machine est configurée pour emballer environ 60 bonbons par paquet. Pour vérifier sa bonne configuration, on a étudié 500 paquets à la sortie de cette machine.

Doc 1. Résultats de l'étude

Nombre de bonbons	56	57	58	59	60	61	62	63	64
Effectifs	4	37	43	91	144	80	56	38	7

Doc 2. Critères de qualité

Pour être validée par l'entreprise, la machine doit respecter deux critères de qualité :

• Le nombre moyen de bonbons dans un paquet doit être compris entre 59,9 et 60,1.

• L'étendue de la série doit être inférieure ou égale à 10.

a. $M = \dfrac{56\times4+57\times37+58\times43+59\times91+60\times144+61\times80+62\times56+63\times38+64\times7}{500} = \dfrac{30\,030}{500} = \mathbf{60{,}06}$.

Le nombre moyen de bonbons est bien situé entre 59,9 et 60,1.

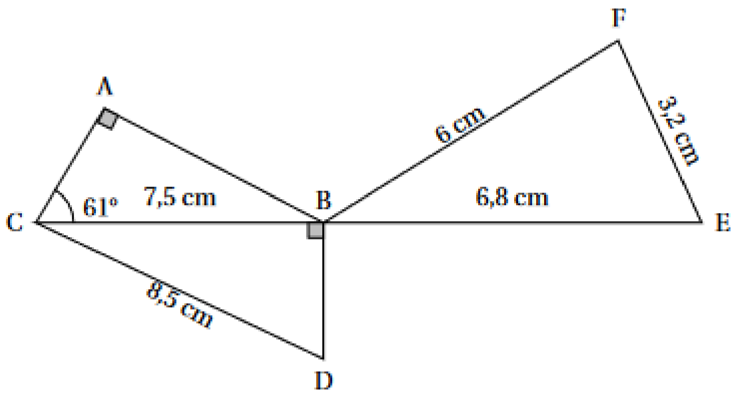
E = 64 – 56 = **8**. *L'étendue est bien inférieure ou égale à 10*.

La nouvelle machine respecte bien les critères de qualité.

b. Il y a 500 paquets (500 = 250 + 250) donc la médiane est un nombre de bonbons compris entre le nombre de bonbons du 250$^{\text{ème}}$ paquet et celui du 251$^{\text{ème}}$. En effectuant les effectifs cumulés croissants, on constate que les 175 premiers paquets ont un nombre de bonbons inférieur ou égal à 59, puis que les suivants jusqu'au 319$^{\text{ème}}$ ont 60 bonbons. Le 250$^{\text{ème}}$ et le 251$^{\text{ème}}$ ont donc 60bonbons chacun et la médiane de cette série statistique est de 60 bonbons. Cela signifie qu'au moins la moitié des 500 paquets a un nombre de bonbons supérieur ou égal à 60.

EXERCICE 7 [15 POINTS]

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur. Les points C, B et E sont alignés. Le triangle ABC est rectangle en A. Le triangle BDC est rectangle en B.



1. BCD est un triangle rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore on a : $CD^2 = BC^2 + BD^2$

   $BD^2 = CD^2 - BC^2 = 8{,}5^2 - 7{,}5^2 = 72{,}25 - 56{,}25 = 16$ cm² donc $BD = \sqrt{16} = 4$ cm.

2. Dans le triangle BFE, le côté le plus long est [BE] et $BE^2 = 6{,}8^2 = \mathbf{46{,}24}$ **cm²**. $BF^2 + FE^2 = 6^2 + 3{,}2^2 = 36 + 10{,}24 =$ **46,24 cm²**. On a $\mathbf{BE^2 = BF^2 + FE^2}$ donc d'après *la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BFE est rectangle en F* donc **Sophie a raison** lorsqu'elle affirme que l'angle $\widehat{BFE}$ est un angle droit.

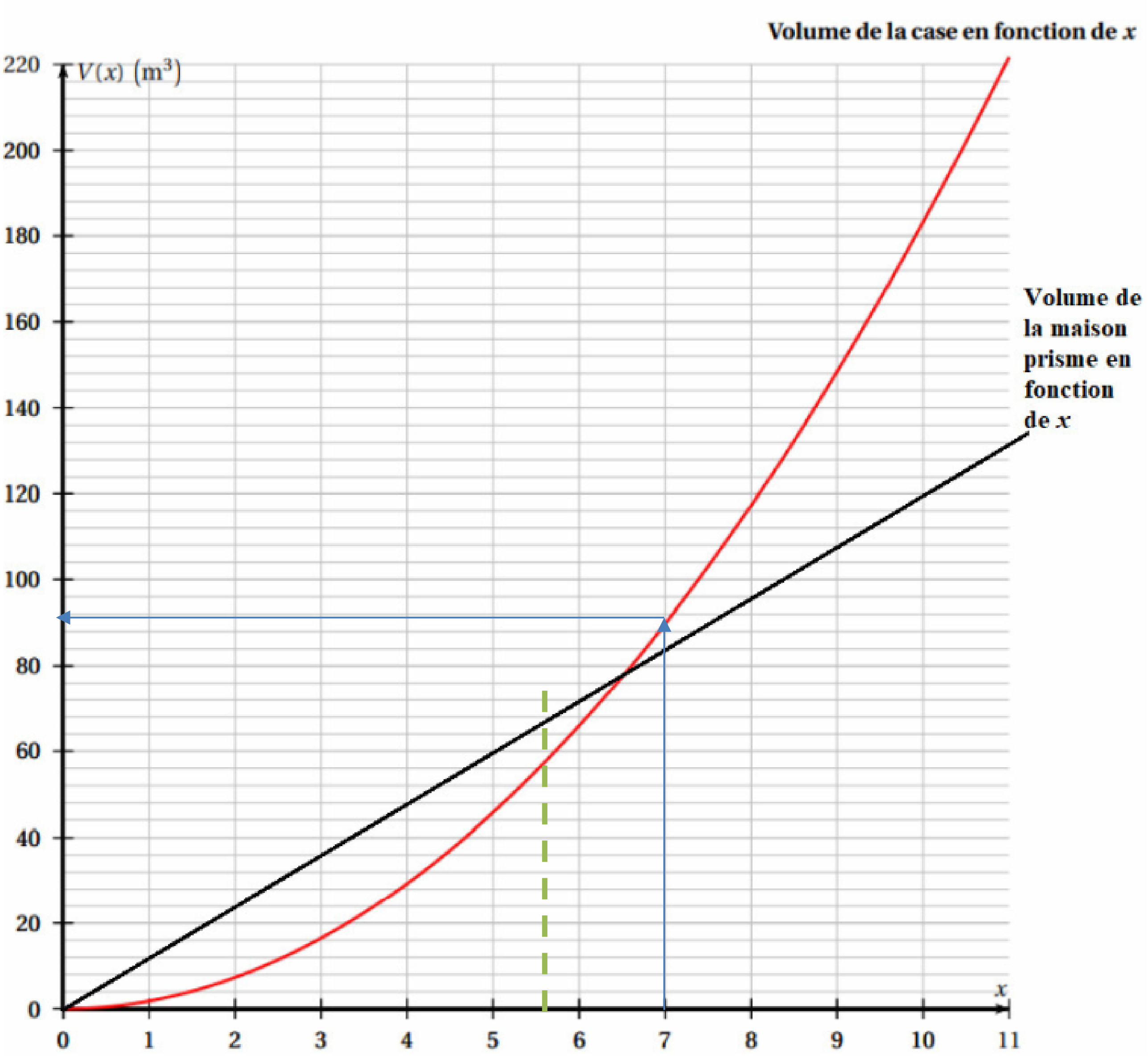
3. BCD est un triangle rectangle en B. Je connais la longueur du côté adjacent à $\widehat{BCD}$ (CB = 7,5 cm) et celle de l'hypoténuse (DC = 8,5 m). J'utilise la définition du cosinus : $\cos(\widehat{BFE}) = \dfrac{BC}{DC} = \dfrac{7{,}5}{8{,}5}$

   Donc $\widehat{BFE}$ = arccos(7,5 : 8,5) ≈ **28°**.

   Les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BCD}$ sont adjacents donc $\widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD} \approx 61 + 28 = \mathbf{89°} \neq 90°$ donc Max a tort lorsqu'il affirme que l'angle $\widehat{ACD}$ est un angle droit.

NOM :

ANNEXE



Volume de la case en fonction de x
$V(x)$ (m³)
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
Volume de la maison prisme en fonction de x
x
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11