Correction

ACTIVITES NUMERIQUES	**12 points**

EXERCICE 1 [4 pts]

1) Pour calculer le nombre maximal de sachets réalisables sachant que tous les caramels et tous les chocolats sont utilisés, je détermine le PGCD de 301 et 172 à l'aide de l'algorithme d'Euclide:

$$\begin{cases} 301 = 172 \times 1 + 129 \\ 172 = 129 \times 1 + \boxed{43} \\ 129 = 43 \times 3 + 0 \end{cases}$$

. Le PGCD est le dernier reste non nul, donc PGCD(301;702) = 43.

Le confiseur pourra faire 43 sachets identiques.

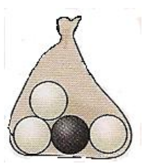
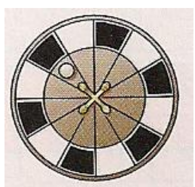
2) $\begin{cases} 301 \div 43 = \boxed{7} \\ 172 \div 43 = \boxed{4} \end{cases}$ .Dans chaque sachet, il y a 7 caramels et 4 chocolats.

3) Soit x le prix d'un chocolat: $7 \times 0{,}10 + 4 \times x = 1{,}30$.

$$\begin{cases} 0{,}70 + 4\,x = 1{,}30 \\ 0{,}70 + 4\,x - 0{,}70 = 1{,}30 - 0{,}70 \\ 4x = 0{,}60 \\ \dfrac{4x}{4} = \dfrac{0{,}60}{4} \\ \boxed{x = 0{,}15} \end{cases}$$

Un chocolat coûte 0,15 €.

EXERCICE 2 [3 pts]

		A	B	C
1)	$\frac{3}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{3}$ est égal à :	$\frac{4}{5}$	$\frac{12}{30}$	1
2)	L'écriture scientifique de 65 100 000 est :	$6{,}51 \times 10^7$	651×10^5	$6{,}51 \times 10^{-7}$
3)	Une urne ne contient que des boules jaunes, des boules bleues et des boules rouges. On sait que : • La probabilité de tirer une boule jaune est p(J) = 0,2 ; • La probabilité de tirer une boule bleue est p(B) = 0,5. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?	0,7	0,3	0,1
4)	Un sac contient trois boules blanches et une boule noire. Une roulette comporte six cases blanches et six cases noires. On tire au hasard une boule du sac et on note sa couleur. Puis, on lance au hasard cette boule sur la roulette et on note la couleur de la case sur laquelle elle s'arrête. Quelle est la probabilité que l'on obtienne la boule noire et qu'elle s'arrête sur une case noire ?  	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

EXERCICE 3 [5 pts]

On considère l'expression algébrique : $A = (4x+1)^2 - (7x-6)(4x+1)$

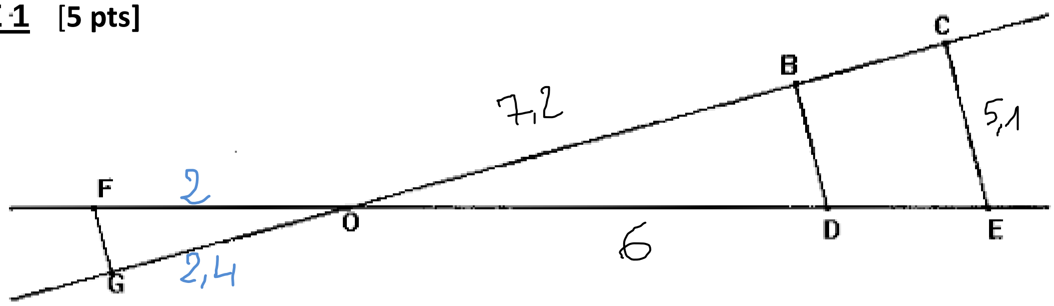
1) $A = (4x+1)^2 - (7x-6)(4x+1) = (4x)^2 + 2\times 4x \times 1 + 1^2 - (7x \times 4x + 7x \times 1 - 6\times 4x - 6\times 1)$
$= 16x^2 + 8x + 1 - 28x^2 - 7x + 24x + 6 = (16-28)x^2 + (8-7+24)x + (1+6) = \boxed{-12x^2 + 25x + 7}$.

2) $A = (4x+1)^2 - (7x-6)(4x+1) = (4x+1)\times[(4x+1) - (7x-6)] = (4x+1)\times(4x+1-7x+6)$
$= \boxed{(4x+1)\times(-3x+7)}$.

3) $(4x+1)\times(-3x+7) = \left(4\times\frac{7}{3}+1\right)\times\left(-3\times\frac{7}{3}+7\right) = \left(\frac{28}{3}+1\right)\times(-7+7) = \left(\frac{28}{3}+1\right)\times 0 = \boxed{0}$.

ACTIVITES GEOMETRIQUES	12 points

EXERCICE 1 **[5 pts]**



1. Les triangles OBD et OCE sont en situation de Thalès car:
 * les droites (BC) et (DE) sont sécantes en O;
* les droites (BD) et (CE) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{OB}{OC} = \frac{OD}{OE} = \frac{BD}{CE}$. D'où $\frac{7,2}{10,8} = \frac{6}{OE} = \frac{BD}{5,1}$.

Calcul de OE : $\frac{7,2}{10,8} = \frac{6}{OE}$ donc OE = $\frac{6\times10,8}{7,2} = \boxed{9}$.

Calcul de BD : $\frac{7,2}{10,8} = \frac{BD}{5,1}$ donc BD = $\frac{5,1\times7,2}{10,8} = \boxed{3,4}$.

Donc [OE] mesure 9 cm et [BD] mesure 3,4 cm.

2. Les droites (FD) et (BG) sont sécantes en O et les points O, F et D et les points O, G et B sont alignés dans le même ordre.

$$\begin{cases} \frac{OD}{OF} = \frac{6}{2} = \boxed{3} \\ \frac{OB}{OG} = \frac{7,2}{2,4} = \boxed{3} \end{cases}$$. Donc $\frac{OD}{OF} = \frac{OB}{OG}$.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (GF) et (BD) sont parallèles.

EXERCICE 2 **[7 PTS]**

1. Le triangle BCD est rectangle en D. Je connais la mesure du côté adjacent à $\widehat{CBD}$ et je cherche la mesure de l'hypoténuse. J'utilise donc la définition du cosinus de $\widehat{CBD}$:

$\cos(\widehat{CBD}) = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{CBD}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{BC}$. D'où $\cos(60°) = \frac{4}{BC}$ et BC = $\frac{4}{\cos(60°)} = \boxed{8}$.

[BC] mesure 8 cm.

2. Le triangle BCD est rectangle en D. [CD] est le côté opposé à $\widehat{CBD}$. Je peux utiliser la définition de la tangente ou du sinus de $\widehat{CBD}$ (ou encore le théorème de Pythagore):

$\tan(\widehat{CBD}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{CBD}}{\text{côté adjacent à } \widehat{CBD}} = \frac{CD}{4}$. D'où $\tan(60°) = \frac{CD}{4}$ et CD = 4×tan(60°) ≈ $\boxed{6,9}$.

[CD] mesure 6,9 cm, valeur arrondie au dixième.

3. Le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on a:

$AC^2 = BC^2 + AB^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$. D'où AC = $\sqrt{100} = \boxed{10}$. [AC] mesure 10 cm.

4. Dans le triangle rectangle ABC, $tan\widehat{BAC} = \frac{BC}{BA} = \frac{8}{6} = \boxed{\frac{4}{3}}$.

5. $\widehat{BAC} = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) \approx \boxed{53,1°}$.

PROBLEME 12 points

Première partie : étude de la figure donnée en annexe 1 [4 pts]

OABC est un carré de côté 7 cm.
O, A et E sont alignés et AE = 2 cm.

1. $A_{OABC} = 7\times7 = \boxed{49\text{ cm}^2}$.

2. Le triangle OEC est rectangle en O. Je connais la mesure de [OC], côté opposé à $\widehat{OEC}$, et de [OE], côté adjacent à $\widehat{OEC}$:

$$\begin{cases} OC = 7\text{ cm car OABC est un carré de côté 7 cm} \\ OE = OA + AE = 7 + 2 = 9\text{ cm car les points O, A et E sont alignés} \end{cases}$$

J'utilise la tangente de l'angle : $\tan \widehat{OEC} = \dfrac{OC}{OE} = \boxed{\dfrac{7}{9}}$

D'où $\widehat{OEC} = \text{Arctan}\left(\dfrac{7}{9}\right) \approx \boxed{38°}$. (valeur arrondie au degré)

3. Les angles $\widehat{OEC}$ et $\widehat{ECB}$ sont alternes internes et sont formés par deux droites parallèles, donc, ils sont de même mesure : $\widehat{ECB} = \widehat{OEC} \approx \boxed{38°}$.

Deuxième partie: construction d'un rectangle sur la figure de l'annexe 1 : [6 pts]

1. Voir annexe 1.

2. a) Les triangles OMA et OCE sont en situation de Thalès car ils sont formés par les deux droites (AM) et (EC) sécantes en O et par les droites parallèles (MC) et (AE). Donc, d'après le théorème de Thalès, on a $\boxed{\dfrac{OM}{OC} = \dfrac{OA}{OE}} = \dfrac{MA}{CE}$.

b) $\dfrac{OM}{OC} = \dfrac{OA}{OE}$ d'où : $\dfrac{OM}{7} = \dfrac{7}{9}$. En utilisant les produits en croix, on obtient $OM = \dfrac{7\times7}{9} = \boxed{\dfrac{49}{9}}$.

La mesure exacte de [OM] est de $\dfrac{49}{9}$ cm.

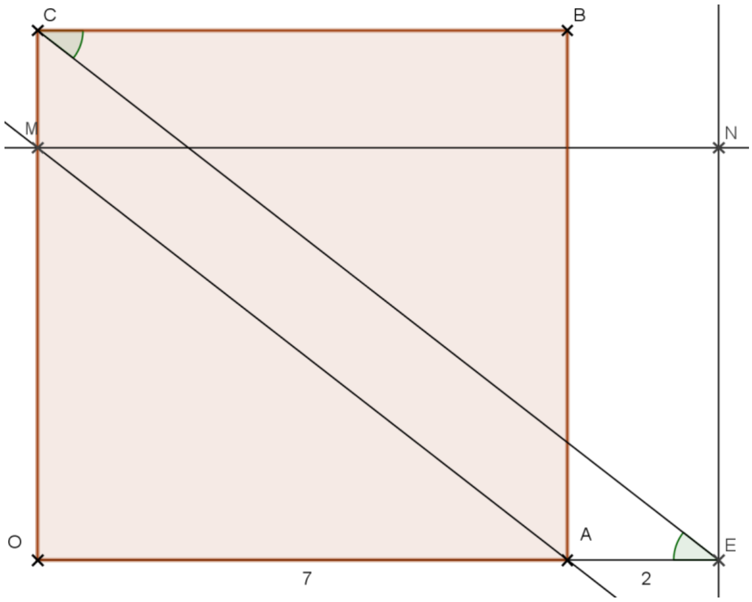
c) $\begin{cases} \mathcal{A}_{OMNE} = OM\times OE = \dfrac{49}{9}\times9 = \boxed{49\text{ cm}^2} \\ \mathcal{A}_{OABC} = OA^2 = 7^2 = \boxed{49\text{ cm}^2} \end{cases}$. Donc l'aire du rectangle OMNE est égale à l'aire du carré OABC.

Troisième partie : Construction d'un rectangle de même aire qu'un carré : [2 pts]

Voir **Annexe 2**

ANNEXES À RENDRE AVEC LA COPIE

Annexe 1



Annexe 2